6. *Die Strahlung des schwarzen Körpers und das Dopplersche Prinzip;* *von Mathias Cantor.*

§ 1. Das von W. Wien entdeckte Verschiebungsgesetz ist für die Theorie der Strahlung fundamental geworden. Das Wesentliche der Überlegungen, welche zur Entdeckung dieses Gesetzes geführt haben, dürfte in der Bemerkung bestehen: es lassen sich die Wellenlängen einer Strahlung, die von einem Spiegel reflektiert wird, dadurch verändern, daß der Spiegel unter Leistung mechanischer Arbeit bewegt wird. Die Veränderungen, welche unter solchen Umständen die Wellenlängen erfahren, wurden von Hrn. Wien[1]) durch Anwendung des Dopplerschen Prinzipes bestimmt und auch in der von Hrn. Abraham[2]) gegebenen Ableitung wird dieses Prinzip kenutzt. Durch die folgenden Betrachtungen kann das Verschiebungsgesetz und gleichzeitig auch das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz gewonnen werden, ohne das Dopplersche Prinzip vorauszusetzen. Den von Hrn. Wien beschriebenen Vorgang vorausgesetzt, sei die Strahlung, welche von einem bei der Temperatur ϑ befindlichen schwarzen Körper ausging, in einem Hohlraum enthalten und werde von den Wänden vollständig zurückgeworfen.

Das Volumen des Hohlraumes sei v und mit U und F sollen die gesamte und die freie Energie in ihm bezeichnet werden. Durch ϑ und v wird dann der Zustand vom Raume bestimmt und es gilt für eine umkehrbare Veränderung die Gleichung[3])

$$U = F - \vartheta \frac{\partial F}{\partial \vartheta}. \tag{I}$$

1) W. Wien, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin am 9. Febr. 1893.

2) M. Abraham, Boltzmann-Festschrift p. 85. Leipzig 1904.

3) H. v. Helmholtz, Ges. Abh. 2. p. 968. 1882.

Die Arbeit, welche das betrachtete System bei einem Volumszuwachs dv abgibt, ist dann bestimmt durch

$$-\frac{\partial F}{\partial v} dv.$$

Auf die Wände des Raumes wird nun der von der Strahlung herrührende Druck p ausgeübt und die Arbeit bei der Volumänderung wird durch $p\,dv$ angegeben, so daß

$$\frac{\partial F}{\partial v} = -p.$$

Bezeichnet man mit u die Dichte der Energie in dem Raume, so ist

$$U = uv,$$

$$p = \tfrac{1}{3} u$$

und es folgt aus (I)

$$\frac{\partial U}{\partial v} = \frac{\partial F}{\partial v} - \vartheta \frac{\partial^2 F}{\partial \vartheta \partial v},$$

also

$$u + v\frac{\partial u}{\partial v} = -\frac{u}{3} - \frac{\vartheta}{3}\frac{\partial u}{\partial v},$$

oder

$$4u = \vartheta \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - 3v\frac{\partial u}{\partial v}.$$

Dieser partiellen Differentialgleichung für u entsprechen die simultanen Differentialgleichungen

$$\frac{du}{u} = \frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{dv}{3v},$$

welche die partikularen Integrale bei konstantem Volumen v

(Ia) $$u = C_1 \vartheta^4,$$

bei konstanter Energiedichte u

(Ib) $$\vartheta \sqrt[3]{v} = C_2,$$

und das allgemeine Integral

(Ic) $$u = \vartheta^4 f(\vartheta \sqrt[3]{v})$$

ergeben, wobei C_1, C_2 willkürliche Konstante, f eine willkürliche Funktion bedeuten.

Die erste Gleichung ist der Ausdruck des Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetzes. Die zweite besagt, daß die Strahlungen, welche von schwarzen Körpern bei verschiedenen

Temperaturen ausgesandt werden, auf Volumina gebracht werden müssen, die sich umgekehrt wie die dritten Potenzen der Temperaturen verhalten, damit sie gleiche Energiedichte besitzen. Es läßt sich nun zeigen, daß unter bestimmten Voraussetzungen dieser Satz mit dem Verschiebungsgesetz identisch wird.

§ 2. Der Hohlraum sei ein Würfel von der Kantenlänge l und es werde angenommen, daß die Strahlung durch ebene Wellen parallel den Würfelflächen bedingt sei. Diese Annahme wird wenigstens mit einiger Annäherung der gleichförmigen Verteilung der Strahlung in den Hohlräumen entsprechen.[1]) Die Volumänderung soll derart erfolgen, daß alle Würfelkanten gleichmäßig geändert werden in der Weise, daß je eine Würfelfläche festgehalten, die ihr parallele aber verschoben wird. Unter diesen Voraussetzungen werden die drei orthogonalen Wellenzüge bei der Kompression des Raumes in gleicher Weise geändert und es genügt die Veränderung für einen derselben — den in der Richtung x fortschreitenden — zu ermitteln. Diese Veränderungen werden erhalten, wenn man das elektrische Feld der Wellen nach vollzogener Volumsveränderung bestimmt. Das elektrische Feld ist aber bestimmt durch die Wellengleichung und durch die den gemachten Voraussetzungen entsprechenden Anfangs- und Grenzbedingungen. Die letzteren sind dadurch gegeben, daß die Wellen durch zwei vollkommene Spiegel begrenzt werden sollen.

Eine derselben befindet sich dauernd an der Stelle $x = l$, der andere ist anfangs bei $x = 0$ und wird parallel zu sich selbst verschoben. Die Bewegung desselben soll mit einer beliebig kleinen, im übrigen aber irgend einem Gesetze folgenden Geschwindigkeit vor sich gehen.

Es sind dann bestimmte Gleichungen an beiden Spiegeln zu erfüllen, und es liegen hier also Grenzbedingungen vor, durch welche der Zustand nicht bloß an einer bestimmten Stelle des Raumes vorgeschrieben wird, sondern auch an verschiedenen Stellen, welche sich nach einem angegebenen Gesetze mit der Zeit ändern.

---

1) L. Boltzmann, Wied. Ann. 22. p. 291. 1884.

Die von Riemann[1]) angegebene Integrationsmethode gestattet nun die Wellengleichung für derartige Grenzbedingungen zu integrieren.

Bezeichnet E eine Komponente des betrachteten Feldes, so besteht die Gleichung

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \omega^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2},$$

wenn ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in dem Medium des Hohlraumes — hier das Vakuum — bedeutet.

Wird die neue Veränderliche $y = \omega t$ eingeführt, so hat man

$$\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

und das allgemeine Integral ist gegeben durch

$$\text{(II)} \qquad 2E = E_{\mathfrak{a}} + E_{\mathfrak{b}} + \int_{\mathfrak{a}}^{\mathfrak{b}} \frac{\partial E}{\partial x} dy + \frac{\partial E}{\partial y} dx.$$

Die Bedeutung dieser Lösung ergibt sich durch eine geometrische Darstellung (Fig. 1), wenn x und y als rechtwinklige Koordinaten in einer Ebene gedeutet werden.

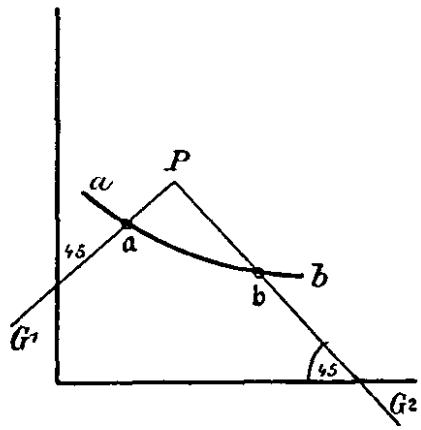

Fig. 1.

E ist die Komponente des Feldes in einem beliebigen Punkte P der Ebene. Das Integral ist zu erstrecken längs der Kurve ab von $\mathfrak{a}$ bis $\mathfrak{b}$, wobei $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ die Schnittpunkte dieser Kurve mit zwei durch P unter 45^0 gegen die Koordinatenachsen gelegte Geraden G_1 und G_2 sind. $E_{\mathfrak{a}}$ und $E_{\mathfrak{b}}$ sind die Werte von E in $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$. Sind diese Werte und die Differentialquotienten von E längs der Kurve ab bekannt, so ist E vollständig bestimmt. Für die Differentialquotienten bestehen noch die Beziehungen:

---

1) H. Weber, Die partiellen Differentialgleichungen d. math. Physik 2. p. 224. Braunschweig 1901.

$$(\mathrm{IIa})\quad \begin{cases} \text{Längs allen zu } G_2 \text{ parallelen Geraden muß} \\ \qquad \dfrac{\partial E}{\partial x} + \dfrac{\partial E}{\partial y}, \\ \text{längs allen zu } G_1 \text{ parallelen Geraden muß} \\ \qquad \dfrac{\partial E}{\partial x} - \dfrac{\partial E}{\partial y} \end{cases}$$

konstante Werte haben.

Die Kurve $a\,b$ wird durch die Anfangs- und Grenzbedingungen bestimmt. Die Anfangsbedingung gibt die Differentialquotienten von E für $t = 0 = y$ also längs der x-Achse von $x = 0$ bis $x = l$. Durch die erste Grenzbedingung, daß bei $x = l$ sich ein fester Spiegel befindet, werden dieselben längs einer zur y-Achse parallelen Geraden von $y = 0$ bis $y = \infty$ bestimmt.

Durch die Festsetzung, daß ein zweiter Spiegel nach einem bestimmten Gesetz in der x-Richtung verschoben werden soll, werden die Differentialquotienten längs einer Kurve $x = f(y)$ angegeben, wenn diese Gleichung das Gesetz, nach welchem der Spiegel bewegt wird, ausdrückt. Als einfaches Gesetz dieser Bewegung soll vorgeschrieben werden, daß der für $t = y = 0$ bis $x = 0$ befindliche Spiegel zur Zeit t, also für $y = \omega\, t_1 = p$ seine Bewegung beginnt. Diese erfolge mit der konstanten kleinen Geschwindigkeit c und der Spiegel werde bis $x = m$ verschoben. Diese Lage soll für $y = q$ erreicht und dann dauernd beibehalten werden. Durch Fig. 2 wird die so bestimmte Grenzkurve dargestellt, wobei die Gerade $C\,D$ die Spur des bewegten Spiegels angibt.

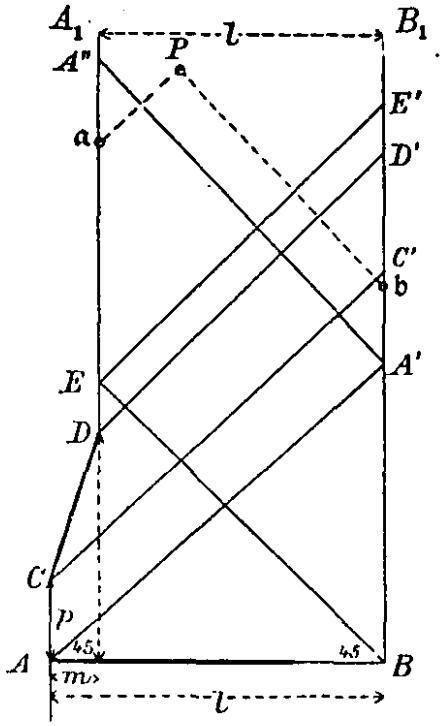

Fig. 2.

Der betrachtete Wellenzug kann aus Wellen von verschiedener Länge bestehen und das jeder dieser Wellen entsprechende Feld genügt der Gleichung (II) und muß an den Spiegeln verschwinden. Die Superposition dieser Teilfelder

gibt dann das Feld des ganzen Wellenzuges. Zur Bestimmung des Anfangszustandes dient die Angabe, daß bis zur Zeit $t = 0 = y$ der bewegliche Spiegel sich bei $x = 0$ befinden soll, es muß also für $x = 0$ $E_\lambda = 0$ sein, wenn E_λ das Feld bezeichnet, welches einer der vorhandenen Wellenlängen λ entspricht. Benutzt man die allgemeine Lösung

$$E_\lambda = \Phi(y - x) + \Psi(y + x),$$

so stellt Φ das Feld der nach x fortschreitenden, Ψ das der entgegengesetzt gerichteten Wellen dar. Da nun Wellen in verschiedenen Phasen φ vorhanden sein können, ist

$$\Phi_{(y-x)} = \sum_\varphi \cos\beta(y - x + \varphi).$$

Aus der Bedingung $E_\lambda = 0$ für $x = 0$ folgt bis zur Zeit $t = 0$ also für den Anfangszustand

$$E_\lambda = \sum_\varphi \cos\beta(y - x + \varphi) - \cos\beta(y + x + \varphi),$$

oder

(IIb) $$E_\lambda = 2\sin\beta x \sum_\varphi \sin\beta(y + \varphi).$$

Der Anfangszustand ist hiernach durch *stehende Wellen* in verschiedenen Phasen charakterisiert, wobei die Wellenlänge λ bestimmt ist durch

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Da nun auch bei $x = l$ sich ein vollständig reflektierender Spiegel befindet, so muß auch für $x = l$

$$E_\lambda = 0$$

sein, also

$$\beta = \frac{\pi k}{l},$$

woraus folgt

$$l = k\frac{\lambda}{2},$$

wenn k *eine ganze Zahl* bedeutet.

Dies gilt nun für alle in dem betrachteten Wellenzug vorhandenen Wellen und es soll im folgenden der Index λ weggelassen werden. Mit den gemachten Voraussetzungen ist das Vorkommen von Wellen mit allen beliebigen Perioden *nicht* verträglich. Die möglichen Wellenlängen folgen *nicht*

stetig, sondern mit endlichen Intervallen aufeinander. Die Intervalle können aber durch Vergrößern von l beständig verkleinert werden. Um nun E zu erhalten, muß der in (II) vorkommende Integrant

$$\frac{\partial E}{\partial x} dy + \frac{\partial E}{\partial y} dx = \psi dz$$

für den Linienzug $A_1 A B B_1$ bestimmt werden. Die Linien $E A_1$ und $B B_1$ entsprechen ruhenden Spiegeln, an welchen dauernd $E = 0$, also auch $\partial E / \partial y = 0$ ist. Aus der Relation (IIa) folgt deshalb, daß $\partial E / \partial x$ längs allen durch Punkte von $E A_1$ parallel zu G_2 gezogenen Geraden konstante Werte behält. Daher ist

$$\psi_{E A_1}(y) = \psi_{B B_1}(y - l'),$$

wobei durch die angefügten Indizes die Linien angedeutet werden, längs welchen der betreffende Ausdruck zu bilden ist und l', wie auch in der Figur angedeutet, den Abstand der Spiegel nach der Verschiebung bezeichnet. Ebenso folgt, daß

$$\psi_{B B_1}(y) \qquad = \psi_{E A_1}(y - l'),$$

also auch

$$\psi_{B B_1}(y - l') = \psi_{E A_1}(y - 2 l').$$

Es ist daher

$$\psi_{E A_1}(y) = \psi_{E A_1}(y - 2 l'),$$

und in gleicher Weise

$$\psi_{B B_1}(y) = \psi_{B B_1}(y - 2 l'),$$

d. h. die ψ sind längs $E A_1$ und $B B_1$ periodische Funktionen mit der Periode $2 l'$.

Es genügt daher, ψdz längs $E D C A B A' C' D' E'$ zu bestimmen, es kann dann auch für alle späteren Werte angegeben werden. Für die einzelnen Teile dieses Linienzuges erhält man nun folgende Werte:

Längs $A B$. Hier ist, wie oben gefunden wurde, bis zur Zeit $t = 0$

$$E = 2 \sin \beta x \sum_{\varphi} \sin \beta (y + \varphi),$$

und da hier y und $dy = 0$ ist, wird

$$\psi_{AB} dz = \frac{\partial E}{\partial y} dx = 2 \beta \sin \beta x \sum_{\varphi} \cos \beta \varphi \, dx.$$

Um für die übrigen Linien die Relationen (IIa) anwenden zu können, muß noch bestimmt werden

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y}\right)_{AB} = 2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta (x + \varphi),$$

und

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial y}\right)_{AB} = -2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta (x - \varphi).$$

Längs AC ist $\partial E/\partial y = 0$ und durch Benutzung der Relation (IIa) erhält man

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_{AC} = \left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y}\right)_{AB}$$

für Punkte, welche auf einer zu G_2 parallelen Geraden gelegen sind. Aus der Fig. 2 folgt

$$\psi_{AC}\, dz = 2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta (y + \varphi)\, dy.$$

Längs CD ist $E = 0$, somit

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} dx + \frac{\partial E}{\partial y} dy\right)_{CD} = 0$$

oder

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y}\frac{\omega}{c}\right)_{CD} \overset{c}{=} 0.$$

Aus (IIa) folgt, wenn die Gleichung von $CD \ldots y - p = (\omega/c)x$ berücksichtigt wird,

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y}\right)_{CD} = 2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta \left(\frac{\omega + c}{c} y - \frac{c}{\omega} p + \varphi\right).$$

Hieraus ergibt sich

$$\psi_{CD}\, dz = 2\frac{\omega + c}{\omega}\beta \sum_{\varphi} \sin \beta \left(\frac{\omega + c}{\omega} y - \frac{c}{\omega} p + \varphi\right) dy.$$

Längs DE ist $\partial E/\partial y = 0$ und mittels (IIa) folgt

$$\psi_{DE}\, dz = 2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta (y + m + \varphi)\, dy.$$

Längs BB_1 ist überall $\partial E/\partial y = 0$ und mittels (IIa) folgt:

Längs BC':

$$\psi_{BC'}\, dz = 2\beta \sum_{\varphi} \sin \beta (y - l + \varphi)\, dy.$$

Längs $C'D'$:

$$\psi_{C'D'}\, dz = 2\frac{\omega + c}{\omega - c}\beta \sum_{\varphi} \sin \beta \left[\frac{\omega + c}{\omega - c}(y - l) - \frac{2pc}{\omega - c} + \varphi\right].$$

Längs $D'E'$:

$$\psi_{D'E'}\,dz = 2\beta\sum_{\varphi}\sin\beta(y - l' + m + \varphi).$$

Die Diskussion dieser und etwas allgemeineren Verschiebungen, namentlich solcher, bei welchen das Ende dem Anfangsvolumen gleich wird, dürfte nicht ohne Interesse sein. Zunächst aber soll ein besonders einfacher Fall untersucht werden. Die Verschiebung soll zur Zeit 0 beginnen und so lange fortgesetzt werden, bis die bei Beginn der Verschiebung von dem bewegten Spiegel ausgehende Welle nach der Reflexion an dem feststehenden eben wieder zum ersten zurückkehrt.

Wird die Dauer dieser Verschiebung mit t' bezeichnet, so ist

$$q = \omega t' = l + l' = 2l' + m,$$

$$m = c t',$$

und es wird

$$p = 0,$$

$$\frac{\omega + c}{\omega - c} = \frac{l + l' + m}{l + l' - m} = \frac{l}{l'},$$

$$\frac{\omega + c}{\omega} = \frac{2l}{q}.$$

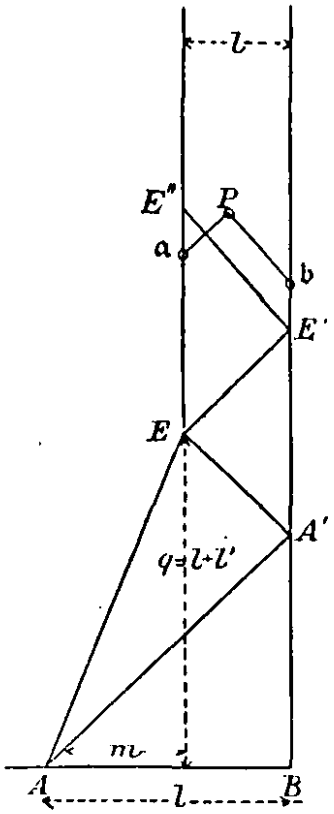

Fig. 3.

Die Fig. 3 gibt eine Darstellung dieses Falles und man erhält für ihn die folgenden Werte:

$$\psi_{AB}\,dz = 2\beta\sin\beta x\sum_{\varphi}\cos\beta\varphi\,dx,$$

$$\psi_{EA}\,dz = 2\frac{\omega + c}{\omega}\beta\sum_{\varphi}\sin\beta\left(\frac{\omega + c}{\omega}y + \varphi\right)dy,$$

$$\psi_{BA'}\,dz = 2\beta\sum_{\varphi}\sin\beta(y - l + \varphi)\,dy,$$

$$\psi_{A'E'}\,dz = 2\frac{\omega + c}{\omega - c}\beta\sum_{\varphi}\sin\beta\left[\frac{\omega + c}{\omega + c}(y - l' - m) + \varphi\right]dy,$$

$$\psi_{EE''}\,dz = 2\frac{\omega + c}{\omega - c}\beta\sum_{\varphi}\sin\beta\left[\frac{\omega + c}{\omega - c}(y - 2l' - m) + \varphi\right]dy.$$

Berücksichtigt man, daß

$$\frac{\omega + c}{\omega - c} = \frac{l}{l'} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\pi k}{l},$$

so ist ersichtlich $\psi\, dz$ für $A'E'$ und EE'' durch periodische Funktionen von $2l'$ ausgedrückt und nach früherem wird durch diesen Ausdruck $\psi\, dz$ auch für alle späteren Zeiten dargestellt.

Nach der Verschiebung werden für alle Punkte oberhalb EA', für welche also $y > x + q - m$ die Koordinaten

$$y_{\mathfrak{a}} = y - x + m,$$
$$y_{\mathfrak{b}} = y - l + x$$

und

$$E_{\mathfrak{a}} = E_{\mathfrak{b}} = 0.$$

Man erhält somit

$$2E = \int\limits_{\mathfrak{a} = y - x + m}^{\mathfrak{b} = y - l + x} \psi\, dz$$

oder

$$E = \frac{\pi k}{l'} \int\limits_{y - x + m}^{q} \sum_{\varphi} \sin \frac{\pi k}{l'} \left[(y - m) + \varphi \frac{l'}{l}\right] dy$$
$$+ \frac{\omega + c}{\omega} \beta \int\limits_{q}^{0} \sum_{\varphi} \sin \beta \left(\frac{\omega + c}{\omega} y + \varphi\right) dy$$
$$+ \int\limits_{0}^{l} \beta \sin \beta x \sum_{\varphi} \cos \beta \varphi \,.\, dx + \beta \int\limits_{0}^{l} \sum_{\varphi} \sin \beta (y - l + \varphi)\, dy$$
$$+ \frac{\pi k}{l'} \int\limits_{l}^{y - l + x} \sum_{\varphi} \sin \frac{\pi k}{l'} \left[(y - l' - m) + \varphi \frac{l'}{l}\right] dy,$$

woraus folgt

$$\text{(IIc)} \qquad E = 2 \sin \frac{\pi k}{l'} (x - m) \sum_{\varphi_1} \sin \frac{\pi k}{l'} (y + \varphi_1),$$

wobei

$$\varphi_1 = \frac{l'}{l} \varphi - m.$$

Man erhält also nach der Verschiebung wieder *stehende Wellen*, deren Wellenlängen bestimmt sind durch

$$l' = k \frac{\lambda'}{2},$$

während für die anfänglich vorhandenen

$$l = k \frac{\lambda}{2}$$

war. Somit werden alle Wellenlängen durch die Verschiebung im Verhältnis l'/l geändert und es bleibt

$$\frac{l'}{\lambda'} = \frac{l}{\lambda} = \text{Konst.}$$

Wird statt der Länge l das Volumen des Würfels v eingeführt, so erhält man

$$\frac{\sqrt[3]{v}}{\lambda} = \text{Konst.}$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit (Ib) folgt aber das *Verschiebungsgesetz:*

$$\underline{\vartheta\,\lambda = \text{Konst.}}$$

§ 3. Es liegt nahe, auch die Reflexion einer ebenen Welle, welche normal auf einen Spiegel auffällt, der mit konstanter Geschwindigkeit c in der Richtung seiner Normalen sich bewegt, in derselben Weise zu untersuchen. Fig. 4 gibt die geometrische Darstellung dieses Falles. Der Anfangszustand bis zur Zeit $t = 0$ ist wieder gegeben durch

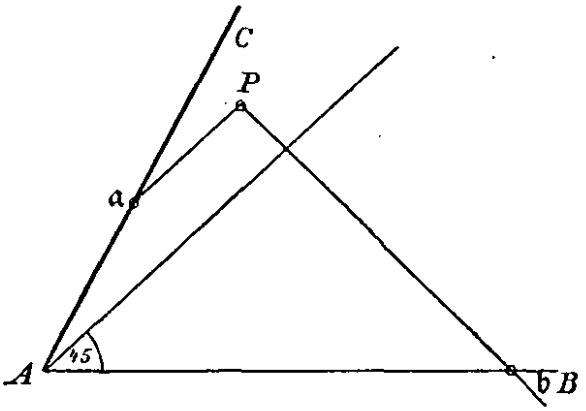

Fig. 4.

$$E = \cos\beta(y-x) - \cos\beta(y+x)$$
$$= 2\sin\beta\,x\sin\beta\,y\,,$$

und man erhält

$$\psi_{AB}\,dz = \beta\sin\beta\,x\,dx\,,$$
$$\psi_{AC}\,dz = \frac{\omega+c}{\omega}\beta\sin\beta\frac{\omega+c}{\omega}y\,dy.$$

Für alle Punkte, für welche $y > x$ ist, sind die Koordinaten von

$$\mathfrak{a}\begin{cases} y_{\mathfrak{a}} = \dfrac{\omega}{\omega-c}(y-x)\,, \\ x_{\mathfrak{a}} = \dfrac{c}{\omega-c}(y-x)\,, \end{cases}$$

$$\mathfrak{b}\begin{cases} y_{\mathfrak{b}} = 0\,, \\ x_{\mathfrak{b}} = x+y \end{cases}$$

und

$$E_{\mathfrak{a}} = E_{\mathfrak{b}} = 0\,,$$

so daß

$$2E = \int_a^b \psi \, dz$$

oder

$$E = \int_{(y-x)\frac{\omega}{\omega-c}}^{0} \frac{\omega+c}{\omega} \beta \sin \beta \frac{\omega+c}{\omega} y \, dy + \int_0^{x+y} \beta \sin \beta x \, dx .$$

Man erhält so

$$E = \cos \beta \frac{\omega+c}{\omega-c}(y-x) - \cos \beta (y+x).$$

Zu der einfallenden Welle $-\cos \beta (y+x)$ tritt also hinzu eine reflektierte

$$\cos \beta \frac{\omega+c}{\omega-c}(y-x).$$

Ist λ die Länge der einfallenden, λ' die der reflektierten, so folgt

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\omega+c}{\omega-c},$$

wie es dem *Dopplerschen Prinzip* entspricht.

Würzburg, Physik. Inst., 26. März 1906.

(Eingegangen 28. März 1906.)

Nachschrift. Durch das Vorstehende (§ 2) wird auch die Bewegung einer gespannten Saite bestimmt, die eintritt, wenn einer der Befestigungspunkte z. B. durch Überschieben eines starren Rohres bewegt wird.