13. *Ueber die Spectralgleichung des blanken Platins;* *von D. A. Goldhammer.*

In der vorliegenden Notiz erlaube ich mir einige Bemerkungen über die Form der Spectralgleichung des blanken Platins mitzuteilen, welche bei weiteren Untersuchungen über denselben Gegenstand vielleicht nicht ohne Nutzen sein werden.

1. In bekannten Bezeichnungen lautet das Kirchhoff'sche Gesetz:

$$\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = \varepsilon_\lambda .$$

Stellen wir uns einen strahlenden *nicht* schwarzen blanken festen Körper vor, immer von solcher Dicke gewählt, dass man

$$a_\lambda = 1 - J_\lambda$$

setzen kann, worin J_λ das Reflexionsvermögen des Körpers bedeutet, so lässt sich a_λ durch N und K darstellen, wenn man mit N den Brechungs-, mit K den Absorptionscoefficienten bezeichnet.

Es ist dann nämlich:

$$J_\lambda = \frac{(1-N)^2 + K^2}{(1+N)^2 + K^2}, \quad a_\lambda = \frac{4N}{(1+N)^2 + K^2}.$$

Nun sind nach allen Dispersionstheorien $N^2 - K^2$ und $2NK$ gewisse *algebraische* Functionen von λ; es ist somit dies auch für a_λ der Fall: *a_λ soll also eine algebraische Function von λ sein*; dabei kann natürlich die Abhängigkeit von der Temperatur auch transcendent sein.

Wir schliessen daraus: *enthält der Ausdruck für ε_λ eine transcendente Function von λ, so muss auch e_λ dieselbe Function enthalten.*

Nach Thiesen[1]) haben wir z. B.:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{C\,T^5}{(\lambda\,T)^{4,5}} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}},$$

$$c = 4{,}5\,\lambda_m\,T;$$

es soll daher jede e_λ, für jeden blanken festen Körper, den Factor $e^{-\frac{c}{\lambda T}}$ enthalten.

2. Es sei ferner gesetzt

$$a_\lambda = \varphi\,(T, \lambda\,T);$$

da immer

$$a_\lambda \leqq 1$$

ist, so folgt auch

$$\varphi\,(T, \lambda\,T) \leqq 1.$$

Schreiben wir für die schwarze Strahlung

$$\varepsilon_\lambda = C\,T^5\,F(\lambda\,T),$$

so haben wir offenbar ganz allgemein

$$e_\lambda = C\,T^5\,F(\lambda\,T)\,\varphi\,(T, \lambda\,T);$$

da aber immer

$$e_\lambda \leqq \varepsilon_\lambda$$

sein soll, so folgt:

$$\int_0^\infty e_\lambda\,d\lambda \leqq \int_0^\infty \varepsilon_\lambda\,d\lambda,$$

oder

$$e \leqq \varepsilon,$$

worin e, ε die Gesamtstrahlungen bedeuten.

Nach dem Stefan'schen Gesetz ist

$$\varepsilon = \sigma\,T^4;$$

es muss auch

$$e = \Phi\,(T)$$

sein; setzen wir

$$e = \Phi\,(T) = \sigma\,T^4 f\,(T),$$

so folgt unmittelbar

$$f\,(T) \leqq 1.$$

1) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 37. 1900.

Daraus schliessen wir:

$$f(T) = A\,T^n, \qquad n \gtreqless 0$$

$$f(T) = B\,e^{c\,T^p}, \quad p > 0,$$

und dergleichen Functionen sind für $f(T)$ unmöglich.

Wenn also nach den Beobachtungen von Lummer und Pringsheim[1]) die Gesamtstrahlung des Platins nahezu der fünften Potenz der Temperatur proportional fortschreitet, so kann ein solches Gesetz eine Geltung nur als eine empirische Formel haben.

3. Es sei ferner e_m die maximale Energie eines strahlenden festen Körpers bei irgend einer Temperatur; die entsprechende Wellenlänge sei λ_m'; dann ist, wenn wir setzen $\varepsilon_\lambda^m = \varepsilon(\lambda_m')$,

$$e_m \leqq \varepsilon_\lambda^m;$$

es sei ε_m die maximale Energie des schwarzen Körpers bei derselben Temperatur; dann ist

$$\varepsilon_\lambda^m \leqq \varepsilon_m,$$

und folglich a fortiori

$$e_m \leqq \varepsilon_m$$

oder

$$e_m\,T^{-5} \leqq \varepsilon_m\,T^{-5}.$$

Nun ist bekanntlich für die schwarze Strahlung

$$\varepsilon_m\,T^{-5} = \text{const.} = B.$$

Es folgt daraus

$$e_m\,T^{-5} \leqq B,$$

oder auch

$$e_m\,T^{-6} \leqq \frac{B}{T}.$$

Nach den Beobachtungen von Lummer und Pringsheim[2]) scheint $e_m\,T^{-6}$ nahezu constant zu bleiben; wäre aber wirklich

$$e_m\,T^{-6} = \text{const.} = D',$$

so würde folgen

$$D'\,T \leqq B,$$

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin **17.** p. 106. 1898.

2) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **1.** p. 215. 1899.

was offenbar unmöglich ist. *Es kann also für keinen Körper* $e_m T^{-6}$ *constant bleiben.* Unverändert bleiben soll aber der Wert

$$\frac{e_m T^{-5}}{\varphi(T, \lambda_m' T)} = C \,.\, F(\lambda_m' T) = D.$$

Da nun

$$B = C F(\lambda_m T)$$

ist, so haben wir

$$D = B \cdot \frac{F(\lambda_m' T)}{F(\lambda_m T)}.$$

Ist uns also die Form der Function $F(\lambda T)$ für die schwarze Strahlung bekannt, so lässt sich D für jeden Körper berechnen, wenn nur B, $\lambda_m T$ und $\lambda_m' T$ bekannt sind.

4. Die angeführten Betrachtungen erlauben uns eine Eigentümlichkeit in der Emission des blanken Platins zu erklären, die Lummer und Pringsheim beobachtet hatten. Diese Verfasser[1]) haben nämlich gefunden, dass die Spectralgleichung des Platins sich in der Form

$$e_\lambda = \frac{C'}{\lambda^5} e^{-\frac{c'}{\lambda T}}$$

darstellen lässt, wenn C' selbst eine Temperaturfunction bedeutet. Für jede Temperatur ist dabei das Uebereinstimmen der beobachteten Curven mit den berechneten „überraschend". Setzen wir

$$C' = C \psi(T),$$

worin C die entsprechende Constante der schwarzen Strahlung bedeutet, so haben wir

$$e_\lambda = C \frac{\psi(T)}{\lambda^5} e^{-\frac{c'}{\lambda T}}$$

und nach dem Früheren muss sein

$$c' = c = 4{,}5\, \lambda_m T,$$

worin $\lambda_m T$ sich auf die schwarze Strahlung bezieht und etwa 2940 ist. Nun wird das Maximum von e_λ bestimmt durch die Beziehung

$$\frac{\partial e_\lambda}{\partial \lambda} = 0, \quad 5 = \frac{c}{\lambda_m' T},$$

woraus sich $\lambda_m' T$ berechnen lässt, und zwar wird

$$\lambda_m' T = \frac{c}{5} = 0{,}9 \,.\, 2940 = 2646,$$

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, l. c. p. 234; O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Physik. **3.** p. 294. 1900.

was sehr nahe an den direct von genannten Verfassern gefundenen Wert 2626 kommt. Wir sehen also, dass die Gleichung

$$e_\lambda = C\,T^5 \frac{\psi(T)}{(\lambda\,T)^5}\, e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

nicht weit von dem wahren Gesetz der Strahlung des blanken Platins liegt; doch ist diese Formel nicht ganz richtig, wenn die Thiesen'sche Formel wahr ist, und umgekehrt. In der That, berechnen wir a_λ aus den Werten von e_λ und ε_λ, so bekommen wir

$$\frac{e_\lambda}{\varepsilon_\lambda} = a_\lambda = \frac{\psi(T)}{\sqrt{\lambda\,T}},$$

was offenbar unmöglich ist, da dabei die Bedingung

$$a_\lambda \leqq 1$$

nicht erfüllt ist.

5. Zum Schluss sei mir noch eine Bemerkung gestattet. Die neuesten Beobachtungen von Lummer und Pringsheim[1]) haben gezeigt, dass für lange Wellen und hohe Temperaturen die Thiesen'sche Formel etwas zu grosse Zahlen giebt; so ist z. B. für $\lambda = 12{,}3\,\mu$ (l. c. p. 178)

	$T =$ 287	373	700	1095	1200	1492	1650
Beobachtet	$\varepsilon_\lambda =$ 0,040	0,099	0,49	1,11	1,29	1,78	1,96
nach Thiesen	$\varepsilon_\lambda =$ 0,040	0,107	0,57	1,24	1,41	1,87	2,11
nach Planck	$\varepsilon_\lambda =$ 0,040	0,107	0,55	1,26	1,46	2,02	2,34

Freilich sind dabei die beobachteten Zahlen um einige Procente unsicher, da die Correctionen infolge der Breite des Spaltes und des Bolometers nicht angebracht sind. Nun hat ganz neuerdings Planck[2]) eine Formel für die schwarze Strahlung vorgeschlagen, die lautet:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{C}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}.$$

---

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 163. 1900.

2) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 237. 1900.

Berechnen wir daraus c mit der Bedingung

$$\frac{\partial \varepsilon_\lambda}{\partial \lambda} = 0,$$

so ergiebt sich etwa

$$c = 14597.$$

Nehmen wir ε_λ für $T = 287$ als Ausgangspunkt, und berechnen dann ε_λ für andere Temperaturen bei $\lambda = 12{,}3\,\mu$, so bekommen wir die Zahlen der letzten Reihe der angeführten kleinen Tabelle. Diese Zahlen sind bei den Temperaturen von 1000^0 abs. aufwärts immer grösser, als dieselben nach Thiesen. Ist also wirklich die Thiesen'sche Formel unrichtig, so wäre das auch für die neue Planck'sche Formel der Fall.

Kasan, 15./2. Januar 1901.

(Eingegangen 23. Januar 1901.)