3. *Über die Vakuumthermosäule als Strahlungsmesser;* *von E. S. Johansen.*

1. Da das Bolometer durch seine Anbringung im Vakuum[1]) so große Vorzüge gewonnen hat, liegt es nahe, zu versuchen, ob nicht auch die Thermosäule in dieser Weise wesentliche Verbesserungen erfahren könnte. Hr. Lebedew[2]) hat nachgewiesen, daß ein einzelnes geschwärztes Thermoelement im Vakuum 7 mal, ein blankes sogar 25 mal empfindlicher wird als in der Luft. Das Verhältnis der Empfindlichkeit eines bestimmten Thermoelementes im Vakuum zu der in der Luft muß indessen von den Dimensionen der Lötstelle und der Drähte abhängig sein und wird nur ein großes, wenn die letzteren dünn, ihr Widerstand also groß gemacht wird, dies wird aber wieder dahin wirken, daß der Thermostrom abnimmt, weshalb ein solches Thermoelement nicht um so vielmal empfindlicher als ein für die Luft konstruiertes mit geringerem Widerstande zu sein braucht. Da Hrn. Lebedews Arbeit diese Verhältnisse nicht diskutiert, habe ich die Bedingungen, um eine möglichst empfindliche Vakuumthermosäule zu erzielen, näher untersucht. Diese Theorie und die auf deren Grundlage konstruierten Typen empfindlicher Thermosäulen werden in der vorliegenden Abhandlung zur Behandlung kommen.

2. Wir betrachten ein einzelnes Thermoelement im Vakuum in Verbindung mit einem Galvanometer. Wir finden den Ausschlag des Galvanometers, wenn das Thermoelement der Strahlung $1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2, \text{sec}}$ ausgesetzt wird. Dieser Ausschlag, den wir die Strahlungsempfindlichkeit (n) nennen, läßt sich als ein Produkt aus zwei Faktoren schreiben, deren einer, die Temperatur-

1) E. Warburg, G. Leithäuser u. Ed. Johansen, Ann. d. Phys. 24. p. 25. 1907.

2) P. Lebedew, Ann. d. Phys. 9. p. 209. 1902.

empfindlichkeit (m), gleich dem vom Galvanometer gezeigten Ausschlag ist, wenn der Unterschied zwischen der Temperatur der Lötstelle und der der Umgebungen (der anderen Lötstellen) 1^0 beträgt, der andere aber die Temperatursteigerung (u) ist, die die Lötstelle durch die obengenannte Bestrahlung $1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2, \text{sec}}$ erleidet.

Fig. 1 veranschaulicht die Aufstellung schematisch. In dem evakuierten Gefäß V befindet sich die bestrahlte Lötstelle, eine dünne Scheibe, deren vordere Seite (O cm²) geschwärzt, deren hintere aber blank ist. Die Zuleitungsdrähte haben die Länge l cm, die Radien r_1 und r_2 cm, die absoluten Wärmeleitungsvermögen k_1 und k_2 $\frac{\text{cal}}{\text{cm, sec, Celsiusgrad}}$; die elektrischen Leitvermögen sind $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ Ohm$^{\div 1}$ cm$^{\div 1}$, die Widerstände W_1 und W_2 Ohm. Die Lötstellen L_1 und L_2 stehen mit so großen Metallmassen in Verbindung, daß ihre Temperatur als konstant zu betrachten ist. Der Widerstand des Galvanometers ist G Ohm, der den Ausschlag 1 mm gebende Strom ist J_1; wird ein bestimmter Wickelungsraum für das Galvanometer vorausgesetzt, so ist $J_1 = 1/c\sqrt{G}$, wo c von der Beschaffenheit des Galvanometers abhängt.

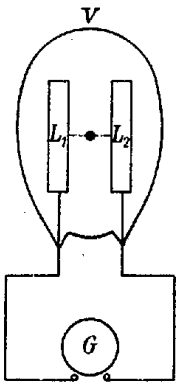

Fig. 1.

Wir bestimmen zuerst die Temperaturempfindlichkeit m. Ist die thermoelektrische Kraft $E \frac{\text{Volt}}{\text{Celsiusgrad}}$, so wird der Strom nach Erwärmung der Lötstelle um 1^0

$$J = \frac{E}{G + W_1 + W_2},$$

indem wir von dem Widerstande in der Lötstelle und in den Zuleitungsdrähten zum Galvanometer absehen

$$m = \frac{J}{J_1} = \frac{E c \sqrt{G}}{G + W_1 + W_2} = \frac{E e \sqrt{G}}{G + \frac{l}{\pi}\left(\frac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \frac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right)}.$$

Ferner bestimmen wir die Temperatursteigerung (u), welche die Lötstelle erlitten hat, wenn der Zustand stationär ge-

worden ist. Die pro Sekunde durch Strahlung zugeführte Wärmemenge (O cal) ist dann gleich der Summe aus der abgeleiteten Wärmemenge, nämlich

$$\left(\frac{\pi r_1^2 k_1}{l} + \frac{\pi r_2^2 k_2}{l}\right) u$$

und der ausgestrahlten Wärmemenge, die wir gleich $A O u$ setzen können, also

$$u = \frac{O}{A O + \frac{\pi}{l}(r_1^2 k_1 + r_2^2 k_2)}.$$

Die Strahlungsempfindlichkeit n wird mithin:

$$n = m u = \frac{E c \sqrt{G}}{G + \frac{l}{\pi}\left(\frac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \frac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right)} \times \frac{O}{O A + \frac{\pi}{l}(r_1^2 k_1 + r_2^2 k_2)} = f\left(G, \frac{l}{r_1^2}, \frac{l}{r_2^2}\right).$$

Wir suchen jetzt das Maximum von n, indem G, l/r_1^2 und l/r_2^2 als variable Größen betrachtet werden

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} \dfrac{dn}{dG} = 0 \\ \text{gibt:} \\ G = \dfrac{l}{\pi}\left(\dfrac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \dfrac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right) = W_1 + W_2, \end{cases}$$

d. h. der Widerstand des Galvanometers muß gleich dem Widerstande des Thermoelementes sein.

Setzt man dieses in n hinein, so erhällt man

$$\text{(1)} \quad n = \frac{E c}{2\sqrt{\frac{l}{\pi}\left(\frac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \frac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right)}} \times \frac{O}{A O + \frac{\pi}{l}(r_1^2 k_1 + r_2^2 k_2)},$$

$$\text{(2)} \quad \begin{cases} \dfrac{dn}{d\left(\dfrac{l}{r_1^2}\right)} = 0 \\ \text{gibt:} \\ \dfrac{A O}{\pi} + \dfrac{r_1^2 k_1}{l} + \dfrac{r_2^2 k_2}{l} = 2 \cdot \dfrac{k_1 \varkappa_1 r_1^4}{l}\left(\dfrac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \dfrac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right), \end{cases}$$

$$\text{(3)} \quad \begin{cases} \dfrac{dn}{d\left(\dfrac{l}{r_2^2}\right)} = 0 \\ \text{gibt:} \\ \dfrac{A O}{\pi} + \dfrac{r_1^2 k_1}{l} + \dfrac{r_2^2 k}{l} = 2 \cdot \dfrac{k_2 \varkappa_2 r_2^4}{l}\left(\dfrac{1}{r_1^2 \varkappa_1} + \dfrac{1}{r_2^2 \varkappa_2}\right). \end{cases}$$

Durch Division von (2) in (3) bekommt man

$$r_1^4 k_1 \varkappa_1 = r_2^4 k_2 \varkappa_2 , \tag{II}$$

das sich umschreiben läßt in

$$\frac{\pi r_1^2 k_1}{l} \times \frac{\pi r_1^2 \varkappa_1}{l} = \frac{\pi r_2^2 k_2}{l} \times \frac{\pi r_2^2 \varkappa_2}{l} ,$$

d. h. man hat die Radien der beiden Drähte so zu wählen, daß das Verhältnis zwischen der Wärmeableitung und dem elektrischen Widerstande in beiden gleich groß wird.

Setzt man (II) in (2) oder (3) ein, so erhält man ferner

$$A O = \frac{\pi}{l} (r_1^2 k_1 + r_2^2 k_2) , \tag{III}$$

d. h. der Wärmeverlust durch die Leitung muß gleich dem Wärmeverlust durch die Strahlung sein.

Eliminiert man in (1) r_1^2/l und r_2^2/l mittels (II) und (III), so erhält man

$$n = c \times \frac{\sqrt{O}}{4\sqrt{A}} \times \frac{E}{\sqrt{\frac{k_1}{\varkappa_1}} + \sqrt{\frac{k_2}{\varkappa_2}}} .$$

Dies ist also der Ausdruck für die Strahlungsempfindlichkeit des rationell konstruierten Vakuumthermoelementes. Wir sehen, daß dieser sich als ein Produkt aus drei Faktoren schreiben läßt, deren c allein vom Galvanometer, $\sqrt{O}/4\sqrt{A}$ allein von der Größe und Beschaffenheit der Lötstelle und

$$\frac{E}{\sqrt{\frac{k_1}{\varkappa_1}} + \sqrt{\frac{k_2}{\varkappa_2}}}$$

von dem Drahtmaterial abhängig ist. Mit den beiden ersten Faktoren werden wir uns später zu beschäftigen haben, was den letzten betrifft, müssen wir beachten, daß das Verhältnis $k/\varkappa$ in betreff der meisten Metalle annähernd konstant ist. Bei der Wahl eines geeigneten Materials wird also die thermoelektrische Kraft E das Maßgebende. Ich benutzte die gewöhnliche Kombination Eisen–Konstantan, wo

$$E = 53 \times 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Celsiusgrad}}$$

ist, später auch die Kombination Eisen–Wismut, wo

$$E = 92{,}2 \times 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Celsiusgrad}}$$

ist. Wir berechnen die Strahlungsempfindlichkeit n für diese Fälle, indem wir folgende Werte benutzen:

Wismut	$\varkappa = 0{,}83 \times 10^4$ Ohm$^{\div 1}$ cm$^{\div 1}$	$k = 0{,}019$	$\frac{\text{cal}}{\text{cm, sec, Celsiusgrad}}$
Eisen	$\varkappa = 10 \times 10^4$ „ „	$k = 0{,}15$	„
Konstantan	$\varkappa = 2{,}04 \times 10^4$ „ „	$k = 0{,}054$	„

Ferner denken wir uns die vordere Fläche der Lötstelle absolut schwarz, während das Ausstrahlungsvermögen der blanken hinteren Fläche zu $^1/_{10}$ davon geschätzt wird. Hierdurch wird die Strahlungskonstante $A = 1{,}5 \times 10^{\div 4}$. Setzt man diese Werte in n ein, so erhält man

für Eisen–Konstantan $\quad n = 0{,}37 \times c\sqrt{O}$

„ Eisen–Wismut $\quad n = 0{,}69 \times c\sqrt{O}$.

Bildet man eine Säule aus N solchen Thermoelementen in Serie geschaltet, indem man zugleich auch den Widerstand des Galvanometers um N Mal vergrößert, so wird die Strahlungsempfindlichkeit um $\sqrt{N}$ größer, weil der Strom unverändert bleibt, das Galvanometer aber um $\sqrt{N}$ mal empfindlicher geworden ist. Der oben angegebene Ausdruck: n = Konstante × Quadratwurzel des Areals der Lötstellen ist also für eine willkürliche Anzahl Lötstellen gültig.

3. Wir wollen nun untersuchen, inwiefern die aufgestellten Maximumbedingungen (II) und (III) sich verwirklichen lassen. Aus (II) und (III) berechnen wir die Dimensionen der Drähte:

$$r_1 = \sqrt{\frac{\frac{O}{\pi} \cdot A\,l}{k_1 + k_2 \sqrt{\frac{k_1 \varkappa_1}{k_2 \varkappa_2}}}},$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{\frac{O}{\pi} \cdot A\,l}{k_2 + k_1 \sqrt{\frac{k_2 \varkappa_2}{k_1 \varkappa_1}}}}.$$

Ein Thermoelement mit einer Lötstelle von 1 mm², also $O = 10^{-2}$ cm², und z. B. 1 cm langen Drähten ($l = 1$) aus

Eisen–Konstantan erfordert vom Eisendrahte einen Diameter von 0,023 mm, vom Konstantandrahte einen solchen von 0,045 mm; sind die Drähte aus Eisen–Wismut, so muß der Diameter des Eisendrahtes 0,024 mm, der des Wismutdrahtes 0,075 mm betragen. Hartmann & Braun liefern Drähte von einem Diameter bis 0,015 mm aus Eisen und Konstantan, bis 0,06 mm aus Wismut; hier verwehrt uns also nichts ein Thermoelement von den oben angegebenen Dimensionen anzufertigen. Macht man aber den Diameter der Lötstelle um z. B. 4 mal kleiner (0,28 mm), so müßten die Drähte entweder einen um 4 mal kleineren Diameter haben, was somit nicht erreichbar ist, oder auch muß man sie länger machen, was aber konstruktiv unpraktisch ist und außerdem bewirken wird, daß der stationäre Zustand langsamer eintritt. Es kann daher von Interesse sein, zu erfahren, um wieviel eine Abweichung von den günstigsten Drahtdimensionen die Strahlungsempfindlichkeit herabsetzt. Dies ist leicht aus (1) p. 519 zu berechnen. Macht man die Diameter der beiden Drähte um 2 (oder $^1/_2$) mal größer, so wird die Empfindlichkeit 0,8 der maximalen, bei 3 facher Vergrößerung (oder $^1/_3$) wird sie 0,6, bei 4 facher (oder $^1/_4$) 0,47 der maximalen. Eine Vakuumthermosäule mit einer strahlungsempfindlichen Fläche von z. B. 0,28 mm × 10 mm läßt sich also nicht rationell aus Lötstellen von 0,28 mm Diameter in Serie darstellen, wie wir aber später sehen werden, läßt sich eine solche auf andere und weit einfachere Weise anfertigen.

4. Ich werde nun die erste Konstruktionsform darstellen, die ich der Vakuumthermosäule gegeben habe. Ich verwandte Konstantandraht von 0,03 mm Diameter und Eisendraht von 0,015 mm Diameter, beide 0,7 cm lang und mittels einer scheibenförmigen Lötstelle aus Zinn von 1 mm Diameter und 0,02 mm Dicke miteinander verbunden. Es ist von größter Wichtigkeit, daß die Lötstelle diese geringe Dicke hat, da es sonst zu lange dauert, ehe man den stationären Zustand erreicht. Bei den genannten Dimensionen geschieht dies in der Zeit von 20 Sek. Man befestigt die beiden Drähte mittels Piceïns an ein geeignetes Stativ (vgl. Fig. 2), so daß sie sich kreuzen. Darauf schneidet man aus (ca. $^1/_{100}$ mm) dünner Zinnfolie einen schmalen Streifen von angemessener Größe

(in casu ca. 1,6 mm²) aus, den man um die Überquerung wickelt. Man setzt einen Tropfen Lötwasser hinzu und das Löten erfolgt, indem man die Strahlen der positiven Kohle einer Bogenlampe auf die Zinnfolie konzentriert.[1]) Die beiden überflüssigen Drähte werden weggeschnitten, und man hämmert die Lötstelle aus. Die Berußung geschieht mittels Kampfers, indem man das Thermoelement auf eine dicke Metallplatte legt, so daß die ausgehämmerte Lötstelle ganz dicht an dieser liegt. Ohne diese Vorsichtsmaßregel würde die dünne Lötstelle augenblicklich schmelzen.

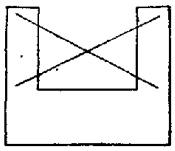

Fig. 2.

Das Prinzip der Montierung besteht darin, daß die nicht bestrahlten Lötstellen mit großen und gut leitenden Metallmassen, welche die bestrahlten Lötstellen umschließen, in Verbindung gebracht werden, so daß den letzteren gegenüber nur eine so große Öffnung übrig bleibt, als der Bestrahlung wegen notwendig ist. Dieses Verfahren zur Bildung einer Thermosäule gibt, wie leicht ersichtlich, eine gute konstante Nullage im Vakuum, und außerdem größere Empfindlichkeit, als wenn man Kompensationslötstellen hätte.[2])

Die Fig. 3 gibt das schematische Bild der Thermosäule in wagerechtem und senkrechtem Durchschnitt. *L* sind die bestrahlten Lötstellen. Die Messinglamellen *M* bilden den anderen Satz Lötstellen. Die Verbindung der Messinglamellen mit den Eisen- (*E*) und den Konstantandrähten (*K*) erfolgt übrigens nicht durch Löten, sondern durch den Druck der Schrauben *S*, die in der oberen Platte (*P*)

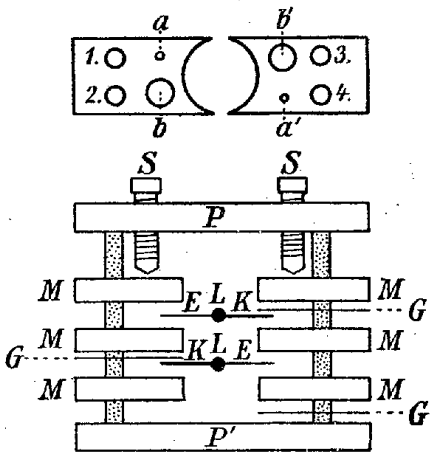

Fig. 3.

1) Diese elegante Methode des Lötens verdanke ich Hrn. Prof. K. Prytz.

2) Die Thermosäule des Hrn. W. J. H. Moll (Arch. Néerland. des Sc. Exactes et Nat. (II) **13.** p. 100) ist nach demselben Prinzip gebaut.

sitzen. Letztere ist durch vier Ebonitsäulen (durch die Löcher 1, 2, 3, 4 hindurch) fest mit der unteren Platte P' verbunden. Um guten Kontakt zu sichern, sind zwischen die Drähte und M ein paar Schichten dünnen Stanniols gelegt. Durch das Anlöten der Enden der dünnen Drähte an kurze Kupferdrähte von ca. 0,2 mm im Durchmesser wird die Anbringung bedeutend erleichtert. Die sehr feinen Glimmerblätter G isolieren die einzelnen Lötstellen der senkrechten Säulen voneinander. Während des Aufbauens hält man den fertigen Teil der Säule mit Hilfe von Schrauben durch die kleinen Löcher a und a' an die untere Platte P' fest. Das nächste Paar Lamellen legt man so obenauf, daß die großen Löcher ($b\,b'$) über den kleinen Löchern ($a\,a'$) mit den Schrauben und die kleinen über den großen Löchern fallen. Diese Lamellen schraubt man mittels Schrauben durch ihre kleinen Löcher fest, wonach man die Schrauben der darunter liegenden Lamellen herausnimmt. Auf diese Weise wird es möglich, jedes neue Element zu befestigen, ohne die anderen zu lockern, was durchaus notwendig ist, wenn der Aufbau einer längeren Säule gelingen soll. Um die Lötstellen M vor Bestrahlung zu schützen, umgibt man das Ganze mit einem Metallkasten, der nur vor und hinter den Lötstellen einen Spalt hat. Die beiden Enden der Thermosäule stehen mit zwei isolierten Klemmen aus Kupfer auf dem Kasten in Verbindung.

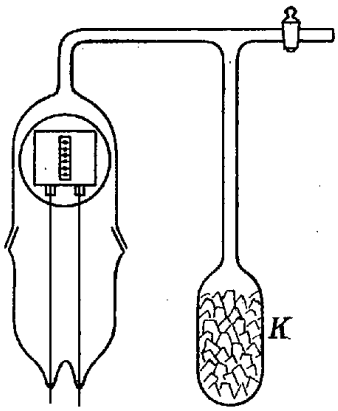

Fig. 4.

Beim Gebrauche wird die Thermosäule in einen Glasapparat (vgl. Fig. 4) hineingesetzt, der mit einem Fenster aus Steinsalz oder Quarz vor den Lötstellen versehen ist. Zur Herstellung des Vakuums wird die Dewarsche Methode benutzt. Der Apparat wird zuerst mit der Wasserstrahlpumpe bis ca. 2 cm Hg evakuiert, dann wird das mit Kokosnußkohle gefüllte Gefäß (K) in flüssiger Luft abgekühlt. Hat man vorher die Kohle gut erhitzt und mittels einer Quecksilberpumpe stark evakuiert, so kann man sehr wohl Kohlensäureschnee in Alkohol statt flüssiger Luft verwenden.

5. Während es leicht ist, die einzelnen Elemente anzufertigen, so erfordert deren Anbringung in einer längeren Säule große Geduld. Es ist daher eine große Erleichterung der Arbeit, wenn man sich mit kurzen Säulen aus ein, zwei oder drei Elementen begnügen kann. Beachtenswert ist es nun, daß der Ausdruck für die Strahlungsempfindlichkeit der Quadratwurzel der bestrahlten Oberfläche proportional ist. Denken wir uns die Thermosäule in einem Spektrum angewandt, so werden wir also, wenn wir die Säule um p mal kürzer machen, und zugleich das plane Fenster durch eine Zylinderlinse ersetzen, welche die Spektrallinie ebenfalls um p mal verkürzt, einen Ausschlag erhalten, der um $\sqrt{p}$ mal größer ist. Die kurze Säule im Verein mit der Zylinderlinse erleichtert also nicht nur die Konstruktion, sondern steigert auch die Empfindlichkeit. Um wie viele Male man eine Spektrallinie mittels einer Zylinderlinse verkürzen kann, wird von der Apertur des Fernrohres des Spektralapparates abhängen, da der Strahlenkegel des verkürzten Bildes höchstens einen Öffnungswinkel π (in der Paxis sogar nur einen bedeutend kleineren) haben kann. Bei den gewöhnlichen Spektralapparaten wird man wohl $p = 4$ machen können, wodurch die Empfindlichkeit mithin verdoppelt wird.

Wir sind indessen imstande, die Konstruktion noch einfacher zu machen, indem wir statt zweier oder dreier Lötstellen in einer Reihe eine einzelne lange Lötstelle anfertigen, die ein ebenso großes Areal bedeckt wie die anderen zusammen. Dies gibt dann dieselbe Wirkung, als wenn die Lötstellen parallel, statt in Serie geschaltet sind. Die lange Lötstelle läßt sich, wie Fig. 5 zeigt, dadurch herstellen, daß man eine größere beschneidet.

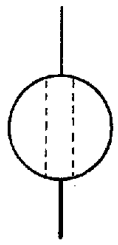

Fig. 5.

6. Bei dergleichen langen Lötstellen meldet sich von selbst die Frage, ob nicht die Ausschläge, die wir erhalten, wenn eine gewisse Strahlungsmenge auf verschiedenen Stellen der strahlungsempfindlichen Fläche konzentriert wird, dem Orte gemäß, wo sie trifft, voneinander so verschieden werden, daß hierdurch leicht größere Fehler einlaufen könnten, wenn man das Thermoelement als Energiemesser anwenden wollte.

Ich habe deshalb diese Frage einer näheren Untersuchung unterworfen.

Wir denken uns ein Element von der in der Fig. 6 gezeigten Form. Die Länge der strahlungsempfindlichen Fläche ist l cm, die Breite b cm, die Dicke d cm, das Wärmeleitvermögen k. Die vordere Fläche denken wir uns geschwärzt, die hintere blank. 1 cm² der Lötstelle strahlt bei der Temperaturerhöhung u pro sec aus der vorderen $A_1 u$ cal, aus der hinteren Fläche $A_2 u$ cal, im ganzen $(A_1 + A_2) u = A u$. Hat die Lötstelle bei $x = 0$ die Temperatur u, so geht wegen der Leitung durch die Drähte pro sec $L u$ cal verloren.

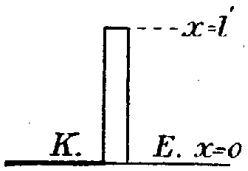

Fig. 6.

Wir bestrahlen das Element nun erst bei $x = 0$ und darauf bei $x = l$. Die beiden erhaltenen Ausschläge geben uns die Extreme der Strahlungsempfindlichkeit an.

Die Differentialgleichung, die die Verteilung der Temperatur an der Lötstelle bestimmt, ist

$$\frac{d^2 u}{d x^2} = \frac{A}{k d} u;$$

man integriert diese durch

$$u = c_1 e^{a x} + c_2 e^{-a x},$$

wo

$$a = \sqrt{\frac{A}{k d}}$$

ist. Im ersteren Falle erfolgt die Bestrahlung S cal/sec bei $x = 0$, und wir haben zur Bestimmung von c_1 und c_2 die Grenzbedingungen

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=l} = 0 \quad \text{und} \quad \underset{x=0}{u L} - \left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} k b d = S.$$

Der Ausschlag wird der Temperatur bei $x = 0$ proportional, die man findet als

$$= \frac{S}{L + k b d a \operatorname{tg} \text{hyperbol. (al)}}.$$

Im letzteren Falle findet die Bestrahlung S cal/sec bei $x = l$ statt, und wir haben dann die Grenzbedingungen

$$k\,b\,d\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=l} = S$$

und

$$\underset{x=0}{u\,L} = \left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} k\,b\,d\,,$$

woraus sich die gesuchte Temperatur bei $x = 0$ ergibt

$$= \frac{S}{L + k\,b\,d\,a\,\mathrm{tg\ hyperbol.\,(al)}} \times \frac{1}{\cos\mathrm{hyperbol.\,(al)}}\,.$$

Das Verhältnis der Strahlungsempfindlichkeiten bei $x = 0$ und $x = l$ ist also

$$\cos\mathrm{hyperbol.\,(al)} = \frac{e^{\sqrt{\frac{A}{k\,d}}\cdot l} + e^{-\sqrt{\frac{A}{k\,d}}\cdot l}}{2}\,.$$

Wir setzen wie früher A gleich $1{,}5 \times 10^{-4}$. Für Zinn, das eine Dicke von 0,02 mm hat, wird

$$a = \sqrt{\frac{1{,}5 \times 10^{-4}}{0{,}15 \times 0{,}002}} = 0{,}7.$$

Für eine 3 mm lange Lötstelle wird das Verhältnis

$$\cos\mathrm{hyperbol.}\ 0{,}21 = 1{,}022,$$

d. h. der größte Unterschied der Empfindlichkeiten beträgt ca. 2 Proz. Mit Silber stellt sich die Sache noch günstiger, indem bei $d = 0{,}02$ mm

$$a = \sqrt{\frac{1{,}5 \times 10^{-4}}{1 \times 0{,}002}} = 0{,}27$$

wird, also selbst, wenn die Lötstelle 1 cm lang ist, wird die Empfindlichkeit nur wenige Prozent variieren, bei einer 0,5 cm langen Lötstelle beträgt der größte Unterschied ca. 0,9 Proz. Wie wir sehen werden, gibt das Bolometer weit größere Verschiedenheiten der Empfindlichkeit.

7. Wendet man also Lötstellen aus Silber an, so kann man sich ziemlich lange und dennoch dünne Lötstellen gestatten. Dies erleichtert die Konstruktion der Thermosäule ganz außerordentlich. Wünscht man z. B. eine bestrahlte Fläche, die 1 cm lang und 0,2 mm breit ist, welche Größe man bei Spektraluntersuchungen gerade oft benutzt, so müßte man nach der Reihenmethode nicht weniger als 50 Lötstellen von je 0,2 mm im Durchmesser haben, was eine ganz über-

mäßige Geduldarbeit erfordern würde, während man hier mit einer einzigen Lötstelle davonkommt, die sowohl leichter anzufertigen als anzubringen ist.

Ich werde in Kürze angeben, wie ich eine solche herstelle. Aus einem 0,02 bis 0,01 mm dicken Stückchen Silberfolie schneide ich einen Streifen von den gewünschten Dimensionen, z. B. 0,2 × 10 mm aus und lege ihn auf eine Glasplatte. Darauf spanne ich über den Streifen einen (0,015 mm starken) Eisendraht und einen (0,03 mm starken) Konstantandraht hinaus, wie es Fig. 7 zeigt. Ein ganz kleines Stückchen dünnen, mit Lötwasser angefeuchteten Stanniols lege ich auf jede der beiden Stellen, wo die Drähte den Silberstreifen überqueren. Als Lötkolben benutze ich eine heiße Glasstange.

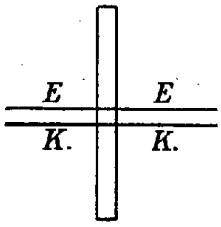

Fig. 7.

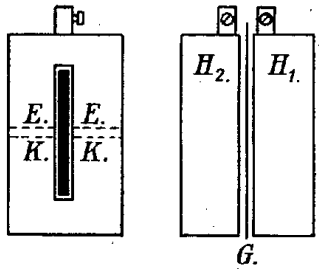

Fig. 8.

Die Berußung erfolgt in der früher genannten Weise. Die Montierung wird in der Fig. 8 en face und en profil gezeigt. H_1 und H_2 sind zwei hohle Halbzylinder (innerer Durchmesser 1,2 cm), durch dünnen Glimmer G voneinander isoliert. Die beiden Enden des Eisendrahtes stehen mit H_1, die des Konstantandrahtes mit H_2 in Verbindung. Die vordere Hälfte der inneren Zylinderfläche ist blank, um das Element „schwarzer" zu machen, die hintere Hälfte ist geschwärzt, um Reflexionen fremder Strahlen zu verhindern. Je größer man die bestrahlte Fläche haben will, je kleiner muß der Widerstand sein, wenn man nur eine Lötstelle verwendet. Es ist deshalb oft vorteilhaft, um den Widerstand so nahe gleich dem des Galvanometers zu machen, die bestrahlte Fläche von zwei oder drei Lötstellen in Serie zusammenzusetzen.

Solange ich die Lötstellen durch Aushämmern des Lötmetalles darstellte, war es unmöglich, Drähte aus Wismut

anzuwenden, das bekanntlich sehr zerbrechlich ist. Dagegen wird mit den Silberfolielötstellen dies ohne Schwierigkeit ausführbar. Als Lötmetall benutzte ich beim Wismutdrahte eine leicht schmelzbare Legierung. Die Berußung mußte man deshalb vermeiden. Die Silberfolie wurde auf der einen Seite platiniert, indem sie mit Schellack an eine in das Platinbad getauchte Glasplatte befestigt war. Darauf wurde sie in angemessene Streifen geschnitten, und die Drähte wurden, wie oben angegeben, an die blanke Seite gelötet.

8. p. 520 steht ein theoretischer Ausdruck für die Empfindlichkeit. Ein praktisches Maß für diese ist der Ausschlag in Millimetern bei der Bestrahlung mit einer Hefnerlampe im Abstande von 1 m. Die nachstehende tabellarische Übersicht gibt die an zwei Vakuumthermoelementen beobachteten Ausschläge und zum Vergleich die Ausschläge einer Rubensschen Thermosäule und die eines Vakuumbolometers. Da das Vakuumgefäß mit Quarzfenster versehen war, muß man die beobachteten Ausschläge mit bezug auf die Absorption desselben (die 40 Proz. betrug) korrigieren.

Die Säule I gibt die „Strahlungsempfindlichkeit" an, die Säule II die Ausschläge derselben Energiemenge. Da sowohl die Strahlungsempfindlichkeit des Vakuumthermoelementes als die des Vakuumbolometers der Quadratwurzel der zu bestrahlenden Fläche proportional ist, geben die Zahlen der Kolonne III das Verhältnis zwischen diesen Empfindlichkeiten, wenn sie dasselbe Areal haben. Diese Empfindlichkeiten verhalten sich wie 9,7 : 1 : 4,5 : 9,3. Zu beachten ist indes, daß die Empfindlichkeit der Thermosäule in der Luft ganz sicher nicht der Quadratwurzel der bestrahlten Fläche proportional ist, weil die Wärmeableitung durch die Luft nur wenig abnimmt, wenn man die Größe der Fläche vermindert.[1]) Die Thermosäule in der Luft ist deshalb bei kleineren Dimensionen noch ungünstiger gestellt.

Die Säule IV gibt die berechnete Temperaturempfindlichkeit, d. h. den Ausschlag in Millimetern für die Erwärmung um 1 Grad. Man sieht, daß hier bei weitem keine Propor-

---

1) Vgl. E. Warburgs Berechnung p. 29. E. Warburg, G. Leithäuser u. Ed. Johansen, l. c.

	Galvanometer	Besondere Bemerkungen	Bestrahltes Areal in mm^2	Abgelesener Ausschlag in mm für die Hefnerlampe in 1 m Abstand	I Korrigierter Ausschlag	II $\frac{\text{Ausschlag}}{\text{Areal in } mm^2}$	III $\frac{\text{Ausschlag}}{\sqrt{\text{Areal}}}$	IV Temperaturempfindlichkeit
Vakuumbolometer [1])	Gepanzertes Brocagalvanometer 5,25 Ω. 1 mm $= 2{,}9 \times 10^{-9}$ Amp.	Der Bolometerzweig 11,8 Ω (Stärke 0,5 μ), der Kompensationszweig ungefähr denselben Widerstand. Die beiden anderen Brückenwiderstände im Petroleumbade, jeder ca. 100 Ω. Der Hauptstrom 0,03 Amp. gab den größten Ausschlag. Die beste Schaltung wäre die mit einem Galvanometer von 23,6 Ω gewesen, wodurch ein $^5/_4$mal so großer Ausschlag erzielt worden wäre. Der korrigierte Ausschlag ist deshalb auch mit bezug hierauf korrigiert.	3,2	158	330	103	185	$1{,}86 \times 10^3$
Rubens Thermosäule [1])	Dasselbe	Von der Firma Keiser & Schmidt geliefert. Widerstand 5,3 Ω.	20	85	85	4,3	19	35×10^3
Vakuumelement Eisen–Konstantan	Dasselbe	Widerstand 7,3 Ω — Lötstellen aus Silberfolie, 0,01 mm dick. Die Drähte beider Thermoelemente sind etwas länger (ihr Widerstand also etwas größer) als der Theorie zufolge. Die Ausschläge sind deshalb etwas kleiner als die, die den theoretischen Ausdrücken gemäß durch Multiplikation mit der Strahlungsintensität der Hefnerlampe $21{,}5 \times 10^{-6}$ cal/sec zu berechnen sind.	2,5	81	135	54	85	$1{,}5 \times 10^3$
Vakuumelement Eisen–Wismut	Dasselbe	Widerstand 8,9 Ω	6,4	269	448	70	177	$2{,}25 \times 10^3$

1) Das Vakuumbolometer und die Rubenssche Thermosäule sind mir von bzw. Hrn. Präsident E. Warburg und Hrn. Dozent P. O. Pedersen überlassen. Den beiden Herren bringe ich meinen besten Dank.

tionalität zur Strahlungsempfindlichkeit stattfindet, indem Rubens-Thermosäule um ca. 15—20 mal temperaturempfindlicher, dennoch aber weniger strahlungsempfindlich ist.

Nicht nur die Größe des Ausschlages, sondern auch dessen Geschwindigkeit und die Konstanz der Nullage bedingen die Brauchbarkeit. Was letztere betrifft, so ist das Vakuumthermoelement seiner Konstruktion zufolge besonders günstig gestellt, dagegen dauert es länger, bis es seine schließliche Temperatur erreicht. Bei dem oben gebrauchten Eisen–Konstantanelemente dauerte es 20, beim Eisen–Wismutelemente 30 Sek.

9. Aus dem p. 520 gegebenen Ausdruck für die Strahlungsempfindlichkeit ist ersichtlich, daß dieselbe umgekehrt proportional zur Quadratwurzel der Ausstrahlung pro sec pro cm^2 der empfindlichen Fläche ist. Es läßt sich denken, die Ausstrahlung dadurch zu vermindern, daß man die umgebenden Wände spiegelnd macht, und die Lötstelle so anbringt, daß ihre Ausstrahlung auf sie selbst zurückgeworfen wird.[1]) Gesteigerte Empfindlichkeit bedeutet hier aber höhere Temperatur für gegebene äußere Zustrahlung und somit längere Zeitdauer, ehe der stationäre Zustand erreicht wird, vorausgesetzt, daß die Masse der Lötstellen dieselbe ist. Gewiß wird man auch zu noch dünnerer Silberfolie und zu kürzeren (und dünneren) Drähten schreiten und hierdurch die Geschwindigkeit um etwas beschleunigen können, mir scheint jedoch bessere Aussicht vorzuliegen, wenn man die Empfindlichkeit durch Kombinationen von größerer thermoelektrischer Kraft, wie z. B. durch Wismut–Tellur, zu steigern sucht. Möglicherweise könnte man durch Kathodenzerstäubung dieser Stoffe an dünne Quarzfäden angemessene Dimensionen derselben erzielen.

10. Wir werden nun den Einfluß des Peltiereffektes betrachten. Die durch denselben verursachte Wärmeabsorption beträgt bekanntlich $T.E.i/4{,}2$ cal pro sec, wo T die absolute Temperatur (hier etwa 293), E die thermoelektrische Kraft in Volt, rücksichtlich des Eisen–Konstantanelementes also 53×10^{-6}, und i der Strom in Amp., mit bezug auf den

1) Diese Idee verdanke ich Hrn. Prof. Dr. E. Gehrcke.

oben genannten Fall $135 \times 2{,}9 \times 10^{-9}$. Die Peltierwärme ist also hier

$$\frac{293 \times 53 \times 10^{-6} \times 135 \times 2{,}9 \times 10^{-9}}{4{,}2} = 14{,}5 \times 10^{-10},$$

während die zugestrahlte Wärmemenge gleich $21{,}5 \times 10^{-6}$ (das Wärmeäquivalent der Hefnerstrahlung) $\times$ das 0,025 cm² große Areal ist, und somit gleich $53{,}8 \times 10^{-8}$. Der Peltiereffekt setzt also den Ausschlag nur um ca. $^1/_4$ Proz. herab, und da er dem Ausschlage proportional ist, erhält er keine Bedeutung, solange man denselben Widerstand im Kreise hat. Vermehrt man aber den Widerstand, um Strahlungen von sehr verschiedener Stärke miteinander vergleichen zu können, so vermindert man dadurch die relative Größe des Peltiereffektes, was man also zu berücksichtigen hat, wenn man genauer als $^1/_4$ Proz. messen will. Bei dem Element Eisen–Wismut ist der Peltiereffekt ungefährt 4mal so groß.

11. Die Maximumbedingungen der Thermosäule in der Luft müssen analog denjenigen der Vakuumthermosäule sein. Es soll also erstens der Wärmeverlust durch die Drähte der Summe der Wärmeverluste wegen der Luftableitung und der Ausstrahlung gleich sein. Zweitens bleibt die Maximumbedingung (II) unverändert bestehend, es soll also der Konstantandraht ungefähr zweimal so dick als der Eisendraht sein. Macht man beide gleich dick, wird die Empfindlichkeit um ca. 17 Proz. herabgesetzt.

12. Durch die Theorie der langen Lötstellen bin ich auf die analoge Frage über die Empfindlichkeitsvariation des Bolometers, speziell die des Vakuumbolometers, geführt. Es ist klar, daß die Empfindlichkeit Null ist, wenn die Strahlung nur auf die Enden des Bolometerstreifens trifft, und daß die Empfindlichkeit ein Maximum in der Mitte des Streifens hat.

Wir werden die Frage zuerst theoretisch untersuchen. Die Länge des Bolometerstreifens sei l cm, die Breite b cm, die Dicke d cm, das Wärmeleitvermögen k, die Ausstrahlung pro Sekunde von einem cm² mit der Temperatur u sei gleich Au (Gesamtstrahlung der Vorder- und Hinterfläche).

Wird mit S(cal/sec) bei $x = x_1$ bestrahlt, dann wird die Temperaturverteilung an den Streifen bestimmt durch:

$$(1) \qquad u = u_1 \frac{\text{sin hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} \cdot x}{\text{sin hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} \cdot x_1}, \qquad \text{für } x \begin{matrix} > 0 \\ < x_1 \end{matrix}$$

und durch:

$$(2) \qquad u = u_1 \frac{\text{sin hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} (l - x)}{\text{sin hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} (l - x_1)}, \qquad \text{für } x \begin{matrix} > x_1 \\ < l \end{matrix}.$$

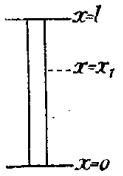

Fig. 9.

Die Temperatur u_1 bei x_1 wird bestimmt durch:

$$(3) \qquad k\,b\,d \left[\left(\frac{du}{dx} \right)_{x_1 - 0} - \left(\frac{du}{dx} \right)_{x_1 + 0} \right] = S.$$

Die Empfindlichkeit ist der mittleren Temperatur des Streifens proportional

$$(4) \qquad u_m = \frac{1}{l} \int_0^l u\,dx.$$

Setzt man die Empfindlichkeit bei $x_1 = (l/2)$ gleich 1, erhält man aus den Gleichungen folgenden Ausdruck für die Empfindlichkeit bei x_1

$$\frac{\text{cos hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} \cdot \frac{l}{2} - \text{cos hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} \left(\frac{l}{2} - x_1 \right)}{\text{cos hyperbol.} \sqrt{\frac{A}{kd}} \cdot \frac{l}{2} - 1}.$$

Die Empfindlichkeitsvariation wurde in folgender Weise experimentell untersucht. Durch eine Linse wurde ein Bild eines einzelnen Fadens einer Glühlampe quer auf den Bolometerstreifen entworfen. Durch Heben oder Senken der Linse ließ sich das Licht auf einen beliebigen Teil des Streifens konzentrieren. Die nachstehenden Werte wurden bei einem Vakuumbolometer beobachtet, dessen Dimensionen die folgenden waren: Länge 1,1 cm, Dicke 1 μ, Breite 0,054 cm, Strom 2×10^{-2} Amp. Die berechneten Werte wurden aus der obigen Formel gefunden, in der

$$k = 0{,}17 \frac{\text{cal}}{\text{cm sec Celsiusgrad}},$$

$$A = 2{,}5 \times 10^4 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \text{ sec Celsiusgrad}} \text{ (beide Seiten schwarz)}$$

und $d = 10^{-4}$ cm gesetzt waren.

Abstand vom einen Ende des Bolometerstreifens in mm	Empfindlichkeit (beobachtet)	Empfindlichkeit (berechnet)
0,5	0,21	0,22
1,5	0,51	0,55
2,5	0,71	0,77
3,5	0,86	0,90
4,5	0,99	0,98
(Mitte) 5,5	1,00	1,00
6,5	0,98	0,98
7,5	0,88	0,90
8,5	0,79	0,77
9,5	0,59	0,55
10,5	0,24	0,22

Wenn auch die Empfindlichkeitskurve bei noch dünneren Streifen ($\frac{1}{2}\mu$) und stärkeren Strömen, die höhere Temperatur und damit auch größere Ausstrahlungskoeffizienten A geben, etwas flacher verlaufen wird, so wird doch immer die Empfindlichkeit so stark variieren, daß sie nur innerhalb eines ziemlich beschränkten Teiles des Bolometers als konstant anzusehen ist. Man kann deshalb nicht ohne weiteres zwei Spektrallinien vergleichen, wenn man nicht weiß, ob sich die Energie der beiden in derselben Weise auf dem Bolometer verteilt, was ja nicht immer der Fall ist (z. B. Lockyers lange und kurze Linien, die größere Stärke der Metallinien an der Kathode). Eine Zylinderlinse, die das Licht auf die Mitte sammelt, wird diesem Übelstande zum Teil abhelfen können. Sie wird außerdem die Empfindlichkeit etwas steigern.

13. Sowohl die Strahlungsempfindlichkeit der Thermosäule, als die des Bolometers ist von dem angewandten Galvanometer abhängig, und zwar in derselben Weise. Während wir deshalb dieselben leicht miteinander vergleichen können, wird ein rationeller Vergleich mit dem Radiomikrometer und dem Radiometer schwieriger. Ich beschränke mich deshalb darauf, die Empfindlichkeit der letzteren anzugeben, wo sie auf besondere Höhe getrieben wurde, nämlich in den von Hrn. Boys[1]) und

1) C. V. Boys, Proc. Roy. Soc. 47. p. 880. 1890.

von Hrn. Nichols[1]) angestellten Messungen der Wärmestrahlung der Sterne. Die strahlungsempfindliche Fläche hatte bei Nichols einen Durchmesser von 2 mm, mithin ein Areal von π mm². Eine Kerze in einer Entfernung von 1 m gab einen Ausschlag gleich ca. 724 mm. Die Empfindlichkeit des Boysschen Radiomikrometers war um mehrmal geringer. Ein Vakuumelement Eisen–Wismut von demselben Areal würde mit dem oben angewandten Brocagalvanometer (1 mm = $2{,}9 \times 10^{-9}$ Amp.) ca. 314 mm Ausschlag geben. Mit einem empfindlicheren Galvanometer, z. B. mit einem Kugelpanzergalvanometer, würde die Empfindlichkeit die des Radiometers um mehrere Male übersteigen können, mit dem von C. G. Abbot[2]) beschriebenen Galvanometer der Smithsonian Institution sogar um mehr als 100 mal. Wollte man die Wärmestrahlung der Sterne mit letzterem messen, so müßte man gewiß eine Kompensationslötstelle anwenden, die doch die Größenordnung der Empfindlichkeit nicht verändern würde, und es kommt mir als wahrscheinlich vor, daß man dann ein brauchbares Instrument zum Messen der Wärmestrahlung der Sterne erzielen könnte.

14. Die Hauptpunkte dieser Abhandlung:

1. Die Bedingungen, um ein möglichst empfindliches Vakuumthermoelement zu erhalten, sind folgende:

Der Wärmeverlust wegen der Ableitung durch die Drähte muß ebensogroß sein wie der Wärmeverlust wegen der Ausstrahlung der Lötstelle.

Die Radien der beiden Drähte müssen so gewählt werden, daß das Verhältnis zwischen der Wärmeableitung und dem elektrischen Widerstande in beiden gleich groß ist.

(Überdies muß der Widerstand des Galvanometers gleich dem Widerstande des Thermoelementes sein.)

2. Es werden zwei diesen Regeln gemäß erbaute Konstruktionstypen beschrieben, die erstere mit vielen Elementen in einer Reihe, die letztere und einfachere mit einer einzelnen (oder wenigen) langen Lötstelle aus dünner Silberfolie.

---

1) E. F. Nichols, Astrophys. Journ. **13.** p. 101. 1901.
2) C. G. Abbot, Astrophys. Journ. **18.** p. 1. 1903.

Es wird zum Gegenstand einer besonderen Untersuchung gemacht, wie stark die Strahlungsempfindlichkeit bei der letzteren Form sich mit dem bestrahlten Orte verändert.

Es wird dargetan, daß die Empfindlichkeit gesteigert wird, wenn man kurze Lötstellen und eine Zylinderlinse verwendet.

3. Thermoelemente, die nach den unter 1. genannten Regeln erbaut sind, werden in Verbindung mit Galvanometern derselben Art eine Strahlungsempfindlichkeit haben, die gleich dem Produkte aus einer Konstante und der Quadratwurzel der Oberfläche ist. Setzt man diese Konstante für die Rubenssche Thermosäule = 1, so beträgt sie ca. 4,5 für das Vakuumelement Eisen–Konstantan, ca. 9,5 für Eisen–Wismut und ca. 9,7 für das Vakuumbolometer.

4. Die Abhandlung gibt eine experimentelle und theoretische Untersuchung der Variation der Strahlungsempfindlichkeit des Vakuumbolometers nach der bestrahlten Stelle, welche Variation bedeutend größer ist als beim Vakuumthermoelement. Eine Zylinderlinse wird diesem Übelstande zum Teil abhelfen können.

5. Durch einen Vergleich mit der Empfindlichkeit des Radiomikrometers und der des Radiometers wird es wahrscheinlich gemacht, daß das Vakuumthermoelement im Verein mit einem sehr empfindlichen Galvanometer sich mit Vorteil zum Messen der Wärmestrahlung der Sterne wird gebrauchen lassen.

Dem Finseninstitut, auf dessen Kosten diese Arbeit ausgeführt ist, und Hrn. Prof. K. Prytz, der mir die Hilfsmittel des physikalischen Laboratoriums der Polyteknisk Läreanstalt zur Verfügung gestellt hat, spreche ich meinen besten Dank aus.

Kóbenhavn, Finseninstitut, im Mai 1910.

(Eingegangen 31. Mai 1910.)