5. *Zur Methode der logarithmischen Isochromaten; von Clemens Schaefer.*

Die Bemerkungen von Herrn E. P. Hyde[1]) in diesen Annalen veranlassen mich, einige elementare Rechnungen und Betrachtungen zur Methode der logarithmischen Isochromaten mitzuteilen, die ich schon vor Jahresfrist angestellt habe, an deren Veröffentlichung ich jedoch durch meine zeitweilige Einziehung zum Heeresdienste verhindert wurde.

Das Wesen der Methode der logarithmischen Isochromaten läßt sich am einfachsten übersehen, wenn man die Frage analytisch behandelt.

Ich betrachte zunächst den Fall, daß aus dem Spektrum eines schwarzen Körpers von der variablen Temperatur T die Intensität der Wellenlänge λ_1 photometriert wird gegen die konstante Helligkeit, die die nämliche Wellenlänge λ_1 im Spektrum eines grauen Körpers von der konstanten, unbekannten Temperatur T_0 besitzt. Die Aufgabe ist, die Temperatur T_0 der grauen Vergleichslichtquelle zu finden.

Für den schwarzen Körper gelten die Gleichungen:

$$(1) \qquad \int_0^\infty S_{\lambda T}\, d\lambda = \sigma T^4 \quad \text{(Stefan-Boltzmannsches Gesetz)},$$

$$(2) \qquad S_{\lambda T} = C\lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \text{(Wiensches Verteilungsgesetz)},$$

für den grauen Körper in leicht verständlicher Bezeichnung ebenso:

$$(3) \qquad \int_0^\infty G_{\lambda T}\, d\lambda = \mu T^4 \quad \text{(Stefan-Boltzmannsches Gesetz)},$$

$$(4) \qquad \left\{ \begin{array}{l} G_{\lambda T} = C' \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} \\ \qquad\quad = CA\lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} \end{array} \right\} \quad \text{(Verteilungsgesetz)},$$

1) E. P. Hyde, Ann. d. Phys. **49**. p. 144. 1916.

wenn A das konstante Absorptionsvermögen des grauen Körpers bedeutet. Daraus folgt sofort:

$$\frac{\mu}{\sigma} = \frac{C'}{C} = A. \tag{5}$$

Durch Logarithmieren von (2) und (4), wobei in beiden Gleichungen $\lambda = \lambda_1$, in (2) $T = T$, in (4) $T = T_0$ zu setzen ist, wie es den obigen Voraussetzungen entspricht, folgt:

$$\log S_{\lambda_1 T} = \log C - 5 \log \lambda_1 - \frac{c}{\lambda_1 T} \quad \textbf{(schwarzer Körper)}, \tag{6}$$

$$\log G_{\lambda_1 T_0} = \log C' - 5 \log \lambda_1 - \frac{c}{\lambda_1 T_0} \quad \textbf{(grauer Körper)}, \tag{7}$$

und durch Subtraktion:

$$\log \left(\frac{S_{\lambda_1 T}}{G_{\lambda_1 T_0}}\right) = \log \left(\frac{C}{C'}\right) - \frac{c}{\lambda_1}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right). \tag{8}$$

Wird darin $\log \frac{S_{\lambda_1 T}}{G_{\lambda_1 T}}$ gleich y, $\frac{1}{T}$ gleich x gesetzt, so stellt

$$y = \log \left(\frac{C}{C'}\right) + \frac{c}{\lambda_1 T_0} - \frac{c}{\lambda_1} x \tag{9}$$

eine Gerade in dem gewählten Koordinatensystem dar, eben die Isochromate für die Wellenlänge λ_1. Analog lautet die logarithmische Isochromate für die Wellenlänge λ:

$$y = \log \left(\frac{C}{C'}\right) + \frac{c}{\lambda T_0} - \frac{c}{\lambda} x. \tag{10}$$

Der Schnittpunkt $(\bar{x}\,\bar{y})$ beider Geraden ergibt sich zu:

$$\begin{cases} \bar{x} = \frac{1}{T_0}, \\ \bar{y} = \log \left(\frac{\sigma}{\mu}\right) = \log \left(\frac{1}{A}\right). \end{cases} \tag{11}$$

Es ergibt sich hier das der von Lummer und Pringsheim[1]) angegebenen Methode der logarithmischen Isochromaten zugrunde liegende Resultat, daß, da $\bar{x}$ unabhängig von der Wellenlänge λ ist, alle grauen Isochromaten sich in einem Punkte schneiden, dessen Abszisse der reziproke Wert der gesuchten Temperatur T_0 ist. Die zweite Gleichung (11) zeigt übrigens, daß auch die Ordinate des Schnittpunktes eine einfache physikalische Bedeutung besitzt; sie liefert sofort das Absorptionsvermögen bzw. das Reflexionsvermögen

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandlungen d. deutsch. Phys. Ges. 3. p. 36. 1901.

des grauen Körpers oder endlich die Konstante im Gesamtstrahlungsgesetze des grauen Körpers. Diese physikalische Bedeutung der Schnittpunktsordinate ist bisher noch nicht ausgenutzt worden, obwohl dies durchaus möglich ist. Eine Ausdehnung der Versuche in dieser Richtung ist wünschenswert.

Wir wollen nun die obige Gleichung (11) für Kohle prüfen, die nach Untersuchungen von Lummer[1]) im sichtbaren Gebiete, auf das es uns hier allein ankommt, als ein grauer Körper zu betrachten ist. Messungen nach der Methode der logarithmischen Isochromaten hat Frl. Benedict[2]) ausgeführt. Speziell interessieren uns die auf p. 646ff. ihrer Arbeit mitgeteilten Beobachtungen an Kohlenfadenglühlampen. Ihre Daten sind in der folgenden Tabelle enthalten (p. 647 der genannten Arbeit).

Tabelle I.

Absol. Temp. des schwarzen Körpers T	$\frac{1}{T}$	$\log\left(\frac{S_{\lambda_1} T}{G_{\lambda_1} T_0}\right)$				
		$\lambda = 0{,}645\,\mu$	$\lambda = 0{,}592\,\mu$	$\lambda = 0{,}556\,\mu$	$\lambda = 0{,}526\,\mu$	$\lambda = 0{,}500\,\mu$
1253°	$7{,}980 \cdot 10^{-4}$	1,151	0,926	0,732	0,595	0,439
1285	7,780	1,350	1,125	0,930	0,740	—
1339	7,468	1,654	1,476	1,315	1,153	1,030
1458	6,860	2,257	2,129	1,980	1,860	1,779
1545	6,472	2,595	2,487	2,405	2,321	2,281
1630	6,133	2,977	2,881	2,794	2,736	2,666

In ihrer Arbeit ist nun Frl. Benedict so verfahren, daß sie als Abszissen $\frac{1}{T} \cdot 10^4$ und als Ordinaten $\log\left(\frac{S_{\lambda_1} T}{G_{\lambda_1} T_0}\right)$ in möglichst großem Maßstabe aufgetragen, durch die markierten Punkte sorgfältig Geraden gezogen und diese bis zum Schnittpunkt verlängert hat. Es ergab sich *ein* Schnittpunkt der 6 Isochromaten, als dessen reziproke Abszisse sich $T_0 = 2057°$ fand, während aus dem Wattverbrauch eine Temperatur des Kohlefadens von 2066° gefunden wurde.

1) O. Lummer, im Handb. d. Elektr. u. d. Magn., herausgeg. von L. Graetz, 2. p. 453ff. Auch andere, direkte Reflexionsmessungen anderer Autoren lassen die „Grauheit" der Kohle im sichtbaren Gebiete als sehr wahrscheinlich erscheinen.

2) E. Benedict, Ann. d. Phys. 47. p. 641. 1915.

Es fragt sich indessen, ob dieses sehr günstige Ergebnis auch wirklich als gesichert betrachtet werden darf. Ein Bedenken, das sich sofort darbietet, ist nämlich folgendes: Die logarithmischen Isochromaten sind Gerade, *die sich unter sehr kleinen Winkeln schneiden.* Da wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler die gemessenen Punkte natürlich nicht exakt auf einer Geraden liegen, so muß die Gerade möglichst gut durch sie hindurch gelegt werden, wobei der Willkür natürlich ein gewisser Spielraum bleibt; die Richtung der logarithmischen Isochromaten ist also bis zu einem gewissen Grade unbestimmt. Eine kleine Neigungsänderung der Geraden würde aber den Schnittpunkt bei der Kleinheit der Winkel, die sie miteinander bilden, sehr stark verschieben. Dieser geschilderte Nachteil haftet der graphischen Darstellung der Isochromaten grundsätzlich an. Es bietet sich als Ausweg aus dieser Schwierigkeit die Berechnung der Geraden unter Benutzung sämtlicher Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate. Ich habe deshalb die Isochromaten 526 $\mu\mu$, 556 $\mu\mu$, 592 $\mu\mu$ und 645 $\mu\mu$ auf diese Weise berechnet. Das Resultat ist folgendes:

Isochromate für	526 $\mu\mu$:	$y = 9{,}9538 - 11785{,}7\ x$
„	„ 556 $\mu\mu$:	$y = 9{,}6891 - 11238{,}4\ x$
„	„ 592 $\mu\mu$:	$y = 9{,}3515 - 10559{,}9\ x$
„	„ 645 $\mu\mu$:	$y = 9{,}0051 - 9848{,}66\ x$

Aus je zweien von ihnen bestimmt man die Schnittpunktskoordinaten. Natürlich werden hierbei die Isochromaten sich tatsächlich *nicht* in einem Punkte schneiden, wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Aber bei einem grauen Strahler müssen die Schnittpunkte einander sehr naheliegen, so daß die resultierenden Temperaturen nahezu gleich sind; die Abweichungen nach oben und unten vom Mittelwerte geben dann ein Kriterium für die Genauigkeit der Messung und die Brauchbarkeit der Methode überhaupt. Aus den obigen Zahlen ergibt sich

für die Isochromaten	645 u. 592:	$T_0 = 2053^0$
„ „ „	556 u. 592:	$T_0 = 2009^0$
„ „ „	556 u. 645:	$T_0 = 2032^0$
„ „ „	526 u. 556:	$T_0 = 2067^0$
„ „ „	526 u. 592:	$T_0 = 2035^0$
„ „ „	526 u. 645:	$T_0 = 2042^0$

Man sieht in der Tat, daß die berechneten Temperaturen sehr nahe aneinander liegen, so daß die Bildung eines Mittelwertes gerechtfertigt ist. Man findet als Mittelwert

$$T_0 = 2040^0 \text{ abs.}$$

mit einer Maximalabweichung von etwa 30^0 nach oben und unten. Der angegebene Wert stimmt sehr gut mit dem von Frl. Benedict graphisch extrapolierten Werte von 2057^0 und dem aus dem Wattverbrauche berechneten von 2066^0 überein.

Man kann zweierlei aus dieser guten Übereinstimmung schließen: *Erstens zeigt sich, daß die Messungen an Kohle von Frl. Benedict offenbar sehr gut und sorgfältig gemacht sind. Zweitens ist die Methode der logarithmischen Isochromaten, wenn man dieselben nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, wirklich brauchbar, um Temperaturen grauer Strahler zu bestimmen.*

Gleichzeitig scheint es, als wären die oben gegen die graphische Darstellung erhobenen Bedenken tatsächlich doch nicht schwerwiegender Natur, da wir hier eine so gute Übereinstimmung finden. Indessen wäre dieser Schluß verfrüht. *Wir werden im Gegenteil bei der Analyse weiterer Messungen bald Gründe finden, die die Anwendung der graphischen Methode als einen Mangel erscheinen lassen.*

Um dies zu zeigen, betrachten wir nun selektiv strahlende Metalle, bei denen A eine Funktion von λ ist, was wir durch den Index λ andeuten (A_λ). Nach dem Kirchhoffschen Gesetze lautet das Verteilungsgesetz für solche Körper:

$$E_{\lambda T} = A_\lambda \cdot C \cdot \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}. \tag{12}$$

Benutzt man ein solches Material als Strahlungsquelle, z. B. eine der modernen Metallfadenlampen, so lautet nach (2) und (12) die Gleichung der Isochromaten für die Wellenlänge λ_1:

$$\log\left(\frac{S_{\lambda_1 T}}{E_{\lambda_1 T_0}}\right) = -\log A_{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_1 T} + \frac{c}{\lambda_1 T_0}, \tag{13}$$

wobei wieder T_0 die unbekannte Temperatur des selektiven Strahlers ist, die gesucht wird. Bezeichnen wir wieder $\log\left(\frac{S_{\lambda_1 T}}{E_{\lambda_1 T_0}}\right)$ durch y, $\frac{1}{T}$ durch x, so lauten für λ_1 und λ die Isochromaten:

$$(14)\qquad \begin{cases} y = -\log A_{\lambda_1} + \dfrac{c}{\lambda_1 T_0} - \dfrac{c}{\lambda_1} x, \\ y = -\log A_{\lambda} + \dfrac{c}{\lambda T_0} - \dfrac{c}{\lambda} x, \end{cases}$$

und der Schnittpunkt $(\bar{x}\,\bar{y})$ folgt zu:

$$(15)\qquad \begin{cases} \bar{x} = \dfrac{1}{T_0} + \dfrac{\log \dfrac{A_{\lambda_1}}{A_{\lambda}}}{\dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{c}{\lambda_1}}, \\ \bar{y} = \dfrac{-\dfrac{c}{\lambda}\log A_{\lambda_1} + \dfrac{c}{\lambda_1}\log A_{\lambda}}{\dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{c}{\lambda_1}}. \end{cases}$$

Die Abszisse $\bar{x}$ des Schnittpunktes je zweier Isochromaten ist hier nicht mehr $1/T_0$, sondern es tritt noch ein Korrektionsglied hinzu, das von der Wellenlänge λ abhängt, also für verschiedene Isochromaten im allgemeinen nicht konstant ist. *Die Isochromaten eines selektiven Strahlers schneiden sich also im allgemeinen nicht in einem Punkte, wie bekannt ist.*

Man kann nun in verschiedener Weise verfahren, um dennoch aus den Isochromaten die gesuchte Temperatur T_0 zu finden. Ich schildere zunächst die Methode von Fräulein Benedict. Infolge der Veränderlichkeit des Absorptionsvermögens mit der Wellenlänge sind die Isochromaten eben so gelagert, daß kein gemeinsamer Schnittpunkt auftritt. Erteilt man jedoch jeder Isochromaten — nach Maßgabe des dieser Wellenlänge zukommenden Absorptionsvermögens — eine passende Parallelverschiebung (kurz gesagt: „korrigiert man auf Grauheit"), so müssen die verschobenen Isochromaten wieder einen gemeinsamen Schnittpunkt bekommen. Fräulein Benedict hat dieses theoretisch zweifellos richtige Verfahren z. B. bei Platinlampen angewendet (p. 661 ihrer Arbeit) und findet in einem gleich näher zu besprechenden Falle eine Schnittpunktstemperatur von 1830°, während sich aus dem Wattverbrauche der Wert 1791° ergab. Ähnlich war das Ergebnis in anderen Fällen.

Man kann indessen auch anders verfahren, auf Grund der Gleichung (15). Denn da A_{λ}, A_{λ_1} sowie die Konstante c bekannt sind, kann man aus je zwei Isochromaten mit Hilfe

der Abszisse $\bar{x}$ des Schnittpunktes T_0 nach der Gleichung berechnen:

$$\frac{1}{T_0} = \bar{x} - \frac{\log \frac{A\lambda_1}{A\lambda}}{\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1}} \cdot \tag{16}$$

Diese Art der Temperaturbestimmung hat zunächst folgenden Vorzug vor der Benedictschen: Hier geben je zwei Isochromaten einen Wert der gesuchten Temperatur, also erhält man bei 4 Isochromaten bereits 6 Temperaturbestimmungen, während die erstere Methode nur *einen* Wert unter Benutzung des gesamten Materials liefert.

Ich habe Gleichung (16) an einem mit Pt-Lampe gemachten Versuche von Frl. Benedict geprüft. Die Daten sind in der Tabelle V auf p. 663 ihrer Arbeit enthalten, die ich im folgenden nochmals mitteile. Zu bemerken ist noch, daß hier die Pt-Lampe nicht gegen einen schwarzen Körper photometriert wurde, sondern, was offenbar für die Richtigkeit der Gleichung (16) belanglos ist, gegen einen grauen, nämlich eine Kohlefadenlampe.

Tabelle II.

Temperatur der Kohlenfadenlampe T	$\frac{1}{T}$	$\log\left(\frac{S_{\lambda_1} T}{E_{\lambda_1} T_0}\right)$			
		$\lambda = 0{,}645\ \mu$	$\lambda = 0{,}592\ \mu$	$\lambda = 0{,}540\ \mu$	$\lambda = 0{,}513\ \mu$
1474°	$6{,}785 \cdot 10^{-4}$	1,367	1,270	1,132	1,042
1517	6,590	1,565	1,476	1,350	1,250
1548	6,460	1,679	1,608	1,500	1,409
1603	6,240	1,920	1,850	1,744	1,685
1648	6,070	2,065	2,015	1,912	1,880
1681	5,950	2,194	2,155	2,061	2,020
1747	5,730	2,407	2,369	2,301	2,269

Nach Fig. 9 der Arbeit von Frl. Benedict ergeben sich nun folgende, aus den Einzelschnittpunkten, die graphisch gewonnen sind, resultierende Temperaturen T_0' (vgl. Tab. III).

Ich habe zunächst die graphisch von Frl. Benedict gewonnenen, in Spalte 2 der folgenden Tab. III mitgeteilten Werte T_0' als richtig angenommen und aus ihnen nach Gleichung (16) T_0 berechnet. Das Resultat der Rechnung,

Tabelle III.

Isochrom.-Kombination.	T_0' nach Benedict	T_0 nach Benedict	T_0 nach Gleich. (16) mit Hilfe von T_0' nach Benedict	
540 u. 513	1834°	1830°	1778°	maximale Differenz = 212°
645 u. 592	1818		1730	
645 u. 513	1939		1835	
592 u. 513	2000		1883	
592 u. 540	2088		1942	
540 u. 645	1984			

die erstens einen konstanten Wert T_0 (oder wenig voneinander abweichende Werte T_0) und zweitens einen mit Frl. Benedicts angegebenem Werte T_0 übereinstimmenden Wert hätte liefern sollen, ist in der 4. Spalte der Tabelle mitgeteilt. Die Zahlen differieren um mehr als 200°. Da durch die Berechnung nach Gleichung (16) an Stelle der graphischen Parallelverschiebung jede Willkür und jeder Fehler ausgeschaltet ist, beweist diese Nichtübereinstimmung folgendes:

1. Die graphisch vorgenommene Parallelverschiebung der Isochromaten hat zu falschen Resultaten geführt; dies spricht gegen die Brauchbarkeit der graphischen Methode.

2. Auch die auf graphischem Wege gewonnenen Werte T_0' von Frl. Benedict müssen fehlerhaft sein, da sonst die Rechnung für T_0 ein annähernd konstantes Resultat hätte ergeben müssen. Auch dies spricht gegen die Benutzung der graphischen Methode.

Ich komme deshalb zu dem Resultat, *daß die Benutzung der graphischen Methode zu verwerfen und diese stets durch die Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu ersetzen ist. Geschieht dies, so ist die Methode der logarithmischen Isochromaten geeignet zur Temperaturbestimmung von Lichtquellen.*

Es bliebe noch die Frage zu erörtern, wie es kommen kann, daß bei der Kohle die Benutzung der graphischen Methode ein mit der Rechnung gut übereinstimmendes Resultat liefern konnte, während bei den Platinversuchen so erhebliche Abweichungen auftraten. Darüber läßt sich mit Sicherheit nichts aussagen, höchstens kann man vermuten, daß psychologische Einflüsse, die ja bei der graphischen Darstellung nie mit Sicherheit auszuschließen sind, eine Rolle gespielt haben mögen. Auch aus derartigen Erwägungen kann nur der Schluß

gezogen werden, daß das graphische Verfahren durch die Rechnung ersetzt werden muß, bei der psychologische Einflüsse ausgeschlossen sind.

Über das bisher erhaltene Resultat, nämlich die Ersetzung der graphischen Darstellung durch die Rechnung, hinausgehend, kann man außerdem noch zeigen, daß die an Pt erhaltenen Resultate von Frl. Benedict durch eine unvermutete und bisher nicht mit Sicherheit aufgeklärte Fehlerquelle entstellt sein müssen.

Wir wollen zu diesem Zwecke nach den Beobachtungen von Frl. Benedict, die in Tab. II dieser Arbeit wiedergegeben sind, die Isochromaten für Pt nach der Methode der kleinsten Quadrate und die aus den Schnittpunkten je zweier folgenden T_0'-Werte berechnen. Aus diesen T_0'-Werten muß sich dann nach Gleichung (16) T_0 ergeben, und zwar ein konstanter (oder nahezu konstanter) Wert. Ich finde folgende Gleichungen:

Für die Isochromate 645 $\mu\mu$: $y = 7{,}9974 - 9762{,}7\ x$
„ „ „ 592 $\mu\mu$: $y = 8{,}3358 - 10407\ x$
„ „ „ 540 $\mu\mu$: $y = 8{,}5854 - 10975\ x$
„ „ „ 513 $\mu\mu$: $y = 8{,}962 - 11677{,}5\ x$

Daraus berechnen sich folgende Werte T_0', die ich in der 3. Spalte der folgenden Tab. IV mit den bereits oben mitgeteilten, von Frl. Benedict graphisch bestimmten, die in Spalte 2 enthalten sind, zusammenstelle. Die 4. Spalte enthält die Abweichungen.

Tabelle IV.

Isochrom.-Kombination.	T_0' nach Benedict	T_0' nach kl. Quadrat	$\Delta T_0'$	T_0 nach Gl. (16)
540 u. 513	1834°	1867°	+ 33°	1808°
645 u. 592	1818	1904	+ 86	—
645 u. 513	1939	1985	+ 46	1873
592 u. 513	2000	2029	+ 29	1908
592 u. 540	2088	2270	+ 182	2170
645 u. 540	1984	2061	+ 77	1961

Zunächst zeigt Spalte 4, die die Abweichungen zwischen den graphisch gewonnenen und den berechneten T_0'-Werten enthält, nochmals, daß die graphische Methode nicht brauchbar ist. Ferner aber zeigen die stark differierenden Werte T_0,

daß auch die Beobachtungen Fehler enthalten müssen. Wahrscheinlich haben sich während der Benutzung die Platinlampen in unkontrollierbarer Weise geändert, z. B. durch Verschlechterung des Vakuums; denn die Sorgfalt der Messungen wird durch die Versuche an Kohlefadenlampen bewiesen.

Auf eine Anwendungsmöglichkeit der Gleichung (16) möchte ich noch hinweisen. Sind T_0' und T_0 bekannt, so erlaubt die Aufnahme von Isochromaten die relativen Werte des Absorptionsvermögens für die benutzten Wellenlängen zu finden; ist außerdem ein absoluter Wert bekannt, so können die absoluten Werte für alle benutzten Wellenlängen bestimmt werden. Und zwar bei der jeweiligen hohen Temperatur T_0. Die Berechnung der A_λ nach (16) und der Vergleich mit den gefundenen Werten von Hagen und Rubens war der ursprüngliche Zweck, weswegen ich vor einem Jahre diese Rechnungen ausführte.

Wir kommen schließlich zu einem weiteren Punkte. Wir haben oben den Satz benutzt, daß die Isochromaten grauer Strahler sich in einem Punkte schneiden müssen. Kann diese Behauptung umgekehrt werden, d. h. kann aus der Tatsache, daß die Isochromaten eines Strahlers mit unbekannten Eigenschaften sich in einem Punkte schneiden, geschlossen werden, daß er grau (oder schwarz) ist? Und ist die Schnittpunktstemperatur stets die Temperatur des Strahlers?

Hr. Hyde hat bereits bemerkt, daß die Umkehrung des Satzes nicht gestattet ist.[1]) In der Tat ist dies leicht aus der Gleichung (15) abzuleiten:

$$(15)\qquad \begin{cases} \bar{x} = \dfrac{1}{T_0} + \dfrac{\log \dfrac{A\lambda_1}{A\lambda}}{\dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{c}{\lambda_1}}, \\ \bar{y} = \dfrac{-\dfrac{c}{\lambda}\log A\lambda_1 + \dfrac{c}{\lambda_1}\log A\lambda}{\dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{c}{\lambda_1}}, \end{cases}$$

1) In der Arbeit von Lummer und Pringsheim (l. c.) ist der Sachverhalt übrigens richtig dargestellt und die unrichtige Umkehrung des obigen Satzes weder behauptet noch benutzt.

Denn wenn die Zusatzglieder

$$\frac{\log \frac{A_{\lambda_1}}{A_\lambda}}{\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{-\frac{c}{\lambda}\log A_{\lambda_1} + \frac{c}{\lambda_1}\log A_\lambda}{\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1}},$$

die im allgemeinen Funktionen der Wellenlänge λ sind, zufällig unabhängig von λ werden, so müssen auch die Isochromaten selektiver Strahler einen gemeinschaftlichen Schnittpunkt besitzen. Bedingung dafür, daß zunächst die Abszisse $\bar{x}$ die nämliche ist, ist offenbar:

$$\log A_{\lambda_1} - \log A_\lambda = \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1}\right) \cdot \text{Konst.}, \quad \text{oder}$$

$$\log A_\lambda + \frac{K}{\lambda} = \log A_{\lambda_1} + \frac{K}{\lambda_1} = \text{Konst.},$$

wo K eine neue Konstante ist. Dies kann in die Form gebracht werden:

$$A_\lambda = D\, e^{-\frac{K}{\lambda}}, \tag{17}$$

wo D wieder eine neue Konstante bedeutet. Der aus (17) folgende Wert von A_λ macht auch das Zusatzglied von $\bar{y}$ in Gleichung (15) konstant. Also folgt: *Ist bei einem selektiven Strahler das Absorptionsvermögen A_λ in der durch* (17) *geforderten Weise von der Wellenlänge abhängig, so schneiden sich seine Isochromaten in einem Punkte, dessen Schnittpunktsabszisse jedoch nicht die Temperatur ergibt.* Ist indessen das Absorptionsvermögen A_λ bekannt, so kann man immer noch nach Gleichung (16) die gesuchte Temperatur T_0 berechnen.

Auf den ersten Blick erscheint es unwahrscheinlich, daß eine so einfache Beziehung wie (17) z. B. bei Platin erfüllt sein sollte. Dennoch ist dies angenähert im sichtbaren Spektralgebiet der Fall. Nimmt man $\log A_\lambda$ als Ordinate η, $1/\lambda$ als Abszisse ξ, so stellt (17), das die Form annimmt

$$\eta + K\xi = \text{Konst.} \tag{17a}$$

eine Gerade im gewählten Koordinatensystem dar. Aus den Beobachtungen von Hagen und Rubens[1]) ergeben sich nun folgende zusammengehörigen Werte von A_λ und λ:

1) E. Hagen und H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 1. 1902.

λ ($\mu\mu$)	420	450	500	550	600	650	700	800
A_λ	0,482	0,453	0,416	0,389	0,358	0,337	0,310	0,297

In der folgenden Fig. 1 ist eine log A_λ proportionale Größe als Ordinate, eine $(1/\lambda)$ proportionale als Abszisse aufgetragen.

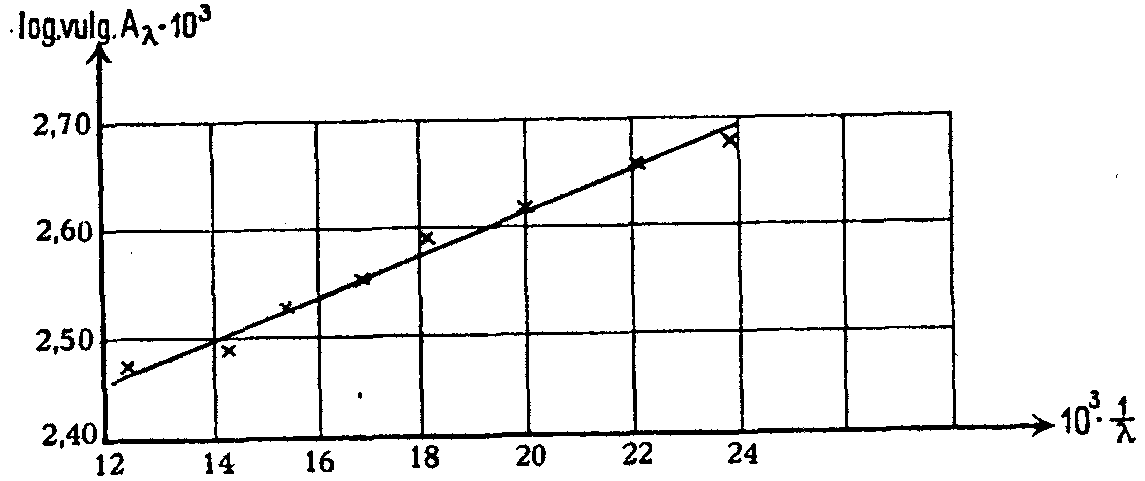

Fig. 1.

Wie man sieht, schmiegen sich die Punkte einer Geraden recht gut an; es ist bemerkenswert, daß in (15) gerade die logarithmische Form der Gleichung (17) auftritt, was für die Darstellbarkeit günstig ist.

Man sollte daher erwarten, daß auch die logarithmischen Isochromaten des Platins sich in einem Punkte schneiden müßten. Daß die Beobachtungen etwas anderes ergeben, deutet wiederum auf eine vorher nicht bemerkte Fehlerquelle in den Messungen hin.

Frl. Dr. H. Kohn bin ich für manche wertvolle Bemerkung zu Dank verpflichtet.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität,
im Juni 1916.

(Eingegangen 8. Juli 1916.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.